

*Maestría en Ingeniería Industrial  
Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito  
(ECIJG), Bogotá, Colombia*

5–13 de Agosto de 2016

Optimización estocástica dinámica.  
Asignación óptima de energía.

Michel DE LARA, CERMICS-École des Ponts ParisTech

August 4, 2016

*Elegibilidad / Requisitos previos.*

- Habilidades en matemáticas. Habilidades en programación informática.
- Optimización continua: programación lineal, convexidad, dualidad, condiciones de optimidad de primer orden. [Ber96]
- Cálculo de probabilidades: espacio de probabilidad, probabilidad, variables aleatorias, independencia, esperanza condicional. [Fel68, Bre93, Pit93]

*Aprendizajes al final del curso.* Después del curso el estudiante debería ser capaz a

- diseñar modelos matemáticos para el almacenaje de energía y la entrega de energías renovables, y formular un problema de minimización de costos,
- usar el software científico Scicoslab y numéricamente solucionar problemas de pequeña escala.

*Contenido principal del curso.* El curso mezcla sesiones teóricas, ejercicios de modelamiento y sesiones de programación informática.

En la introducción, presentamos casos de manejo de micro-redes y de central eléctrica virtual — donde la cuestión de almacenaje eléctrico es planteada, debido a las necesidades de cumplir con una demanda que varía y de incorporar energías renovables intermitentes y sumamente variables. Mostramos como tales problemas pueden ser formulados como problemas de optimización dinámicos estocásticos.

En un problema de optimización determinista, los valores de todos los parámetros se suponen conocidos. ¿Qué pasa cuando este no es el caso? ¿Y cuándo algunos valores son revelados durante las etapas de decisión? Presentamos la optimización estocástica, al mismo tiempo como un marco para formular problemas bajo la incertidumbre, y como métodos de solucionarlos según la formulación. Precisamente, presentamos la *programación estocástica* en dos etapas (y la resolución sobre un árbol de decisión) y el *control estocástico* en tiempo discreto (y la resolución por *programación estocástica dinámica*). Dependiendo de los participantes, puedo enfocar más en la teoría o puedo hacer más ejercicios y trabajos prácticos en la computadora.

Si tenemos tiempo, lo dedicamos al algoritmo SDDP, extensamente usado en el mundo de la energía, que mezcla programación dinámico y método de planos de corte. El acercamiento de SDDP parece sobre todo adaptado a cuestiones de manejo de micro-redes.

Ejercicios de modelamiento y sesiones de programación informática abordan cuestiones como el despacho óptimo económico de unidades de producción de energía, el problema de optimización de almacenaje/entrega para regular una fuente intermitente y variable de energía, el manejo óptimo de una presa con entradas estocásticas de agua, manejo óptimo de baterías con entradas de energía renovable.

*Exámen y requisitos para el grado final.* Al final de cada sesión de programación informática, el estudiante produce un informe, que recibe una nota después de la evaluación. El examen final, la presencia y la participación también contribuyen al grado final.

*Profesor.* Michel De Lara (Cermics-École des Ponts ParisTech)

*Enlace del curso.* [http://cermics.enpc.fr/~delara/ENSEIGNEMENT/Maestria\\_ECIJG/](http://cermics.enpc.fr/~delara/ENSEIGNEMENT/Maestria_ECIJG/)

*Enlace de la Maestría en Ingeniería Industrial de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, Bogotá, Colombia.*

<http://www.escuelaing.edu.co/es/programas/maestria/Ingenieria+Industrial/presentacion>

# Programa

## 1 / Viernes 5 de Agosto 2016 (8pm-12pm)

### Nivelatorio (a cargo de Cristian Ramírez)

Recogidas y ejercicios en optimización continua: convexidad, dualidad, condiciones de optimidad de primer orden. [Ber96]

- Recalls on convexity: convex sets, convex functions, strict and strong convexity (characterization by the Hessian in the smooth case), operations preserving convexity.
- Abstract formulation of a minimization problem: criterion, constraints. Sufficient conditions for the existence of a minimum (continuity and compacity/coercivity). Sufficient condition for the uniqueness of a minimum (strict convexity). Exercises with a quadratic objective function on an interval.
- Definition of a local minimizer; necessary condition in the differentiable case. Formulation of a minimization problem under explicit equality constraints. Necessary first-order optimality conditions in the regular/affine equality constraints case; Lagrangian, duality, multipliers. Sufficient first-order optimality conditions in the convex-affine case. Exercises.
- Saddle point. Existence of a saddle point for a continuous, convex-concave function displaying coercivity along two coordinate lines. Uzawa algorithm.

Recogidas y ejercicios en cálculo de probabilidades: espacio de probabilidad, probabilidad, variables aleatorias, distribución de probabilidad de una variable aleatoria, función indicador de un conjunto, esperanza matemática de una variable aleatoria, independencia de variables aleatorias, ley de los grandes números. [Fel68, Bre93, Pit93]

## 2 / Lunes 8 de Agosto 2016 (6pm-9pm)

### Charlas introductorias

Para introducir el curso, presentamos ejemplos de manejo de micro-redes, y de central eléctrica virtual, que pueden formularse por la optimización dinámica estocástica:

- trabajo hecho por Tristan Rigaut (Cermics-ENPC y Efficacity)  
*Optimización de energía y control de clima en una micro-red de estación de metro.*
- trabajo hecho por François Pacaud (Cermics-ENPC y Efficacity)  
*Dimensionamiento óptimo e integración de cogeneración de electricidad y calor con almacenaje termal y eléctrico en un alojamiento individual residencial.*

- trabajo hecho por Francis Sourd (Sun'R) y Ariel Waserhole (Sun'R)  
“*SunHydro: la optimización estocástica, el núcleo de un proyecto colaborativo*”

## 3 / Martes 9 de Agosto 2016 (6pm-9pm)

### Sesión en computador

Introducción al software científico Scicoslab.

## 4 / Miércoles 10 de Agosto 2016 (6pm-9pm)

### Clase magistral

Programación estocástica en dos etapas (caso lineal y cuadrático sobre un árbol). [SDR09, KW12]

### Sesión en computador

Dimensionamiento de reservas para el equilibrio en un mercado eléctrico.

## 5 / Jueves 11 de Agosto 2016 (6pm-9pm)

### Clase magistral

Programación estocástica en dos etapas (caso cuadrático y lineal sobre un peine, descomposición por escenarios). [RW91]

### Sesión en computador

Dimensionamiento de reservas para el equilibrio en un mercado eléctrico.

## 6 / Viernes 12 de Agosto 2016 (6pm-9pm)

### Clase magistral y ejercicios

Modelos dinámicos de almacenaje (modelos de batería, modelos de presa).

Control óptimo de sistemas estocásticos dinámicos secuenciales.

Programación estocástica dinámica. Maldición de la dimensionalidad.

[Bel57, Put94, Ber00, Whi82, CCCD15]

La ecuación de Bellman como un modo de calcular controles en línea. [Ber05, PM15a, PM15b, Pow14]. Interacción entre optimización y modelos de evaluación.

Ejercicio sobre modelamiento de una presa. Problemas de inventario.

## 7 / Sabado 13 de Agosto 2016 (9am-12pm)

### Clase magistral

Control estocástico óptimo con gastos convexos y dinámica lineal.

Presentación del *Stochastic Dual Dynamic Programming (SDDP)* algoritmo.

### Exámen

Exámen sobre programación estocástica dinámica.

## References

- [Bel57] R. E. Bellman. *Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, N.J., 1957.
- [Ber96] D. P. Bertsekas. *Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods*. Athena Scientific, Belmont, Massachusetts, 1996.
- [Ber00] D. P. Bertsekas. *Dynamic Programming and Optimal Control*. Athena Scientific, Belmont, Massachusetts, second edition, 2000. Volumes 1 and 2.
- [Ber05] D.P. Bertsekas. Dynamic programming and suboptimal control: A survey from ADP to MPC. *European J. of Control*, 11(4-5), 2005.
- [Bre93] L. Breiman. *Probability*. Classics in applied mathematics. SIAM, Philadelphia, second edition, 1993.
- [CCCD15] P. Carpentier, J.-P. Chancelier, G. Cohen, and M. De Lara. *Stochastic Multi-Stage Optimization. At the Crossroads between Discrete Time Stochastic Control and Stochastic Programming*. Springer-Verlag, Berlin, 2015.
- [Fel68] W. Feller. *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, volume 1. Wiley, New York, third edition, 1968.
- [KW12] Alan J. King and Stein W. Wallace. *Modeling with Stochastic Programming*. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. Springer New York, 2012.

- [Pit93] J. Pitman. *Probability*. Springer-Verlag, New-York, 1993.
- [PM15a] Warren Powell and Stephan Meisel. Tutorial on stochastic optimization in energy i: Modeling and policies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2015. Publication status: In press.
- [PM15b] Warren Powell and Stephan Meisel. Tutorial on stochastic optimization in energy ii: An energy storage illustration. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2015. Publication status: In press.
- [Pow14] Warren B. Powell. *Clearing the Jungle of Stochastic Optimization*, chapter 5, pages 109–137. Informs, 2014.
- [Put94] M. L. Puterman. *Markov Decision Processes*. Wiley, New York, 1994.
- [RW91] R.T. Rockafellar and R. J-B. Wets. Scenarios and policy aggregation in optimization under uncertainty. *Mathematics of operations research*, 16(1):119–147, 1991.
- [SDR09] A. Shapiro, D. Dentcheva, and A. Ruszczynski. *Lectures on stochastic programming: modeling and theory*. The society for industrial and applied mathematics and the mathematical programming society, Philadelphia, USA, 2009.
- [Whi82] P. Whittle. *Optimization over Time: Dynamic Programming and Stochastic Control*, volume 1 and 2. John Wiley & Sons, New York, 1982.