

RÉSUMÉ

Considérons un système dynamique discret, dans lequel il intervient à chaque instant une variable de contrôle, u_t , et une variable aléatoire ω_t ($(\omega_0, \omega_1, \dots)$ est une trajectoire de bruits blancs) le processus x_t est solution du système $x_{t+1} = f(x_t, u_t, \omega_t)$. À chaque instant la décision u_t est prise sur la base de l'observation de la tribu $\mathcal{F}_t^{u(\cdot)}$ engendrée par la variable aléatoire $y_t(u_0(\cdot), \dots, u_{t-1}(\cdot), \omega_0(\cdot), \dots, \omega_{t-1}(\cdot))$. Nous dirons qu'il y a absence d'effet dual si pour tout couple (u, v) de contrôles admissibles $\mathcal{F}_t^{u(\cdot)} = \mathcal{F}_t^{v(\cdot)}$ à chaque instant. On peut montrer (voir Quadrat-Viot [2], lemme 2.3) qu'il n'y a pas d'effet dual pour les systèmes dynamiques linéaires, ($x_{t+1} = Ax_t + Bu_t + \omega_t$) dans le cas où les variables aléatoires ω_t sont indépendantes gaussiennes, et l'observation instantanée est la variable (x_0, \dots, x_t) . Witsenhausen a montré à l'aide d'un contre-exemple devenu célèbre, que dans le cas linéaire, si l'observation instantanée se réduit à $x_t + v_t$ ((v_0, v_1, \dots) bruits blancs), c'est-à-dire que l'on observe un état bruité, et que l'on ne garde pas en mémoire les observations passées, alors il y a effet dual, et nous ne sommes donc plus en mesure de résoudre notre problème d'optimisation par des techniques classiques. En effet dans ce dernier cas, il n'est plus possible d'estimer l'état du système grâce au filtre de Kalman puisque l'on ne doit pas utiliser les observations passées. L'absence d'effet dual signifie que la structure d'observation est fixe pour le système bouclé, autrement dit il s'agit d'un pré-requis nécessaire pour résoudre un problème d'optimisation stochastique dynamique par une technique d'arbres de scénarios. Il est donc important d'identifier les systèmes dynamiques pour lesquels ce phénomène d'effet dual n'existe pas. Nous allons donner une caractérisation de l'absence d'effet dual à partir des contrôles constants, c'est-à-dire que nous allons montrer que s'il n'y a pas d'effet dual pour les contrôles constants alors il n'y en aura pas pour les contrôles en feedbacks sur l'observation.

[1] Witsenhausen : A counterexample in stochastic optimal control. *SIAM J Control* **6**(1.), 131-147. (1968).

[2] J-P. Quadrat, M. Viot : Introduction à la commande Stochastique. *polycopiés de l'Ecole Polytechnique* (1999)