

# Modélisation du trafic et de la pollution atmosphérique à l'échelle d'une ville

## Les questions

Mathieu PELLERIN

October 9, 2016

## Contents

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Introduction</b>   | <b>1</b> |
| <b>2</b> | <b>Reseaux et graphes avec metanet et scilab</b>                  | <b>1</b> |
| 2.1      | Les graphes et Metanet . . . . .                                  | 1        |
| 2.2      | Structure des graphes . . . . .                                   | 1        |
| 2.3      | Exemple de création d'un graphe avec Metanet . . . . .            | 2        |
| 2.4      | Exemple de création d'un graphe directement sous SCILAB . . . . . | 2        |
| <b>3</b> | <b>Modélisation d'une ville et du trafic sous forme de graphe</b> | <b>3</b> |
| 3.1      | Description de la ville . . . . .                                 | 3        |
| 3.2      | Génération du trafic . . . . .                                    | 3        |
| 3.3      | Distribution du trafic . . . . .                                  | 4        |
| 3.4      | Affectation du trafic . . . . .                                   | 4        |
| <b>4</b> | <b>Modèle d'émission de polluants</b>                             | <b>5</b> |
| 4.1      | Calcul des émissions au kilomètre . . . . .                       | 5        |
| 4.2      | Émissions sur chaque tronçon . . . . .                            | 5        |
| <b>5</b> | <b>Prolongements du TP</b>  | <b>6</b> |

## 1 Introduction

Nous souhaitons modéliser la pollution d'une "ville", très schématisée. Pour cela nous créons un graphe représentant le réseau routier de la ville et ses caractéristiques. Sur ce réseau, nous générons et affectons un trafic routier et calculons les émissions de polluants dues à la circulation automobile.

## 2 Réseaux et graphes avec metanet et scilab

### 2.1 Les graphes et Metanet

Un graphe est un objet caractérisant un réseau composé de noeuds<sup>1</sup> et d'arcs, incluant une description de leurs propriétés. **Metanet** est un outil graphique de gestion et de calcul sur les graphes. Un graphe se définit et s'utilise selon deux approches, par des lignes de commandes sous Scilab ou par l'interface graphique de Metanet. Le cas échéant, la description des fonctions propres à Metanet et aux graphes est disponible dans l'aide de Scilab à la rubrique **Metanet : graph and network toolbox**.

### 2.2 Structure des graphes

Un graphe est une liste de 34 vecteurs de tailles différentes, décrite dans le tableau (2.1).

| <i>Numero</i> | <i>Nom</i>                              |
|---------------|---|
| 1             | liste des noms des vecteurs             |
| 2             | nom du graphe                           |
| 3             | graphe orienté = 1 ; 0 sinon            |
| 4             | nombre de noeuds                        |
| 5             | noms des noeuds de départ de chaque arc |
| 6             | noms des noeuds d'arrivée de chaque arc |
| 7             | noms des noeuds                         |
| 9             | abscisses des noeuds                    |
| 10            | ordonnées des noeuds                    |
| 11            | couleurs des noeuds                     |
| 12            | diamètres des noeuds                    |
| 14            | tailles de police des noeuds            |
| 15            | demandes des noeuds                     |
| 16            | noms des arcs                           |
| 17            | couleurs des arcs                       |
| 18            | épaisseurs des arcs                     |
| 20            | taille de police des arcs               |
| 21            | longueur de l'arc                       |
| 22            | coût de l'arc                           |
| 23            | capacité minimale de l'arc              |
| 24            | capacité maximale de l'arc              |
| 27            | poids de l'arc                          |

Table 1: Description des caractéristiques d'un graphe

---

<sup>1</sup>L'e dans l'o peut apparaître sous la forme, incorrecte, *oe*, en raison de problèmes avec LaTeX2html

## 2.3 Exemple de création d'un graphe avec Metanet

1. Ouvrir, sous Scilab, l'application Metanet par la commande

```
metanet()
```

2. Ouvrir un nouveau graphe (files/new), le nommer avec une extension *.graph* et le choisir orienté.
3. Créer un graphe de deux noeuds avec un arc orienté. Réponse .

## 2.4 Exemple de création d'un graphe directement sous scilab

1. Créer un graphe similaire par des lignes de commandes sous SCILAB et l'afficher sous Metanet. Réponse .

# 3 Modélisation d'une ville et du trafic sous forme de graphe

## 3.1 Description de la ville

La ville, de cent mille habitants, que nous souhaitons modéliser est schématiquement constituée de 5 zones : un centre urbain (5), constituant une zone de travail et quatre zones périphériques résidentielles. On représentera uniquement le réseau routier inter-zonal, ne considérant pas le trafic intra-zonal. Les zones est (2) et ouest (1) sont reliées au centre par des autoroutes de capacité maximale de 15 000 véhicules par heure. Les zones nord (3) et sud (4) sont reliées au centre par des voies express de capacité maximale 6 000 véhicules/heure. Les échanges entre les zones résidentielles peuvent être représentés par une ceinture périphérique à sens unique de capacité maximale 4 000 véhicules/heure.

1. Créer par Metanet le graphe correspondant au réseau de la ville, le nommer *ville.graph*. Réponse .

## 3.2 Génération du trafic

On évalue les coefficients d'émissions  $E_i$  et les coefficients d'attractions  $A_i$  de déplacements pour la zone  $i$ . Les émissions sont modélisées par des fonctions linéaires de la population de la zone  $p_i$  et du nombre d'actif  $a_i$ . Les attractions sont modélisées par des fonctions linéaires de l'emploi total de la zone  $e_i$ . Les coefficients des fonctions linéaires sont obtenus par régression linéaire sur des mesures réelles de trafic.

$$E_i = \alpha_i^1 p_i + \alpha_i^2 a_i \quad \text{et} \quad A_i = \beta_i e_i \quad \text{pour} \quad i = 1, \dots, 5 \quad (1)$$

| <i>Critère</i>  | <i>Zone 1</i> | <i>Zone 2</i> | <i>Zone 3</i> | <i>Zone 4</i> | <i>Zone 5</i> |
|-----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Population      | 30 000        | 35 000        | 15 000        | 10 000        | 5 000         |
| Nombre d'actifs | 10 000        | 12 000        | 6 000         | 6 000         | 2 000         |
| Emploi total    | 4 000         | 4 000         | 2 000         | 2 000         | 24 000        |

Table 2: Données socio-économique des zones, en nombre de personne

| <i>Coefficient</i> | <i>Zone 1</i> | <i>Zone 2</i> | <i>Zone 3</i> | <i>Zone 4</i> | <i>Zone 5</i> |
|--------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $\alpha_i^1$       | 0.4           | 0.4           | 0.4           | 0.4           | 0.5           |
| $\alpha_i^2$       | 1             | 1             | 1             | 1             | 1             |
| $\beta_i$          | 2.1           | 2.1           | 2.1           | 2.1           | 2.1           |

Table 3: Coefficients de régression linéaire, en inverse de nombre de personnes

1. Créer le vecteur  $E = (E_1, \dots, E_5)$  donnant les émissions pour toutes les zones en utilisant les tableaux 2 et 3.
2. Créer le vecteur  $A = (A_1, \dots, A_5)$  donnant les attractions pour toutes les zones en utilisant les tableaux 2 et 3. Réponse .

### 3.3 Distribution du trafic

Le trafic journalier entre deux zones est fonction de l'émission et l'attraction des zones. On note  $T_{ij}$  le trafic journalier depuis la zone  $i$  vers la zone  $j$ . On utilise une fonction de type gravitaire pour distribuer le trafic (2) où  $d_{ij}$  est la distance entre deux zones données dans le tableau 4,  $k$  et  $\gamma$  des coefficients de régression. On a  $k = 4.10^{-5}$  et  $\gamma = 1/4$ .

$$T_{ij} = kE_iA_j \exp(-\gamma d_{ij}) \quad (2)$$

| <i>Distance</i> | <i>Zone 1</i> | <i>Zone 2</i> | <i>Zone 3</i> | <i>Zone 4</i> | <i>Zone 5</i> |
|-----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <i>Zone 1</i>   | 0             | 15            | 10            | 7             | 8             |
| <i>Zone 2</i>   | 15            | 0             | 8             | 6             | 7             |
| <i>Zone 3</i>   | 10            | 8             | 0             | 9             | 5             |
| <i>Zone 4</i>   | 7             | 6             | 9             | 0             | 4             |
| <i>Zone 5</i>   | 8             | 7             | 5             | 4             | 0             |

Table 4: Coefficient représentant la distance entre deux zones, en kilomètres

1. Créer la matrice  $5 * 5$  donnant les  $T_{ij}$ . Réponse .

### 3.4 Affectation du trafic

Le trafic  $T_{ij}$  calculé entre deux zones est maintenant affecté à la voirie. En effet, il existe plusieurs chemins possibles entre deux zones, sachant que le plus intéressant est le plus rapide dans la limite de la capacité de la voie. Il faut utiliser un algorithme de plus court chemin prenant en compte les capacités maximales des voies. On utilise la fonction `min_lcost_flow()` de Metanet.

1. Charger le graphe `ville.graph` sous Scilab.
2. Affecter le trafic  $T_{12}$  et déterminer les flux générés sur les arcs. En déduire les capacités maximales restantes à réintroduire dans le graphe.
3. En déduire, par une itération permettant d'affecter tous les  $T_{ij}$ , les flux totaux sur les tronçons. Les visualiser sous Metanet. Réponse .

## 4 Modèle d'émission de polluants

### 4.1 Calcul des émissions au kilomètre

Il s'agit de déterminer les émissions de  $NO_x$  émises par les flux générés précédemment. Pour simplifier, on considère que le parc automobile urbain est constitué de véhicules particuliers récents uniquement, essence et diesel. Parmi chacun de ces deux groupes on distingue, seulement, deux cylindrées (plus de deux litres et moins de deux litres). On note ces classes technologiques  $c$  par  $E+$ ,  $E-$ ,  $D+$ ,  $D-$ . Le taux de présence d'une classe technologique dans le parc est noté  $p_c$ , donné dans le tableau 5.

| Casse technologique | $E+$ | $E-$ | $D+$ | $D-$ |
|---------------------|------|------|------|------|
| Répartition         | 0,35 | 0,35 | 0,2  | 0,1  |

Table 5: Répartition du parc automobile

Les émissions moyennes de  $NO_x$ , par véhicule et par kilomètre parcouru sont données par l'équation (3) où  $V$  est la vitesse du véhicule,  $a_c^1$ ,  $a_c^2$  et  $a_c^3$  sont des coefficients d'émission propre à chaque classe technologique  $c$  et résumés dans le tableau 6.

$$E = \sum_c p_c (a_c^1 + a_c^2 V + a_c^3 V^2) \quad (3)$$

1. Programmer la fonction  $Em(V)$ , donnant les émissions moyennes par véhicule et kilomètre pour les vitesses  $V$ .
2. Tracer  $Em(V)$  pour  $V$  de 0  $km/h$  à 130  $km/h$ . Réponse

| <i>Classe technologique</i> | <i>E+</i> | <i>E-</i> | <i>D+</i> | <i>D-</i> |
|-----------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $a_c^1$                     | 0,6089    | 0,4767    | 0,9037    | 0,9037    |
| $a_c^2$                     | -0,0118   | -0,0107   | -0,0168   | -0,0168   |
| $a_c^3$                     | 0,0001    | 0,0001    | 0,0001    | 0,0001    |

Table 6: Coefficients d'émission de  $NO_x$

## 4.2 Émissions sur chaque tronçon

La vitesse sur un tronçon est fonction du type de voie  $t$  (tableau 7), de sa capacité maximale  $c_t$  des flux  $f$  de circulation selon l'équation (4).

$$V_t(f) = V_t^0 \frac{1, 1 - f/c_t}{1, 1 - V_t^1 f/c_t} \quad (4)$$

| <i>Type de voie</i> | <i>Autoroute</i> | <i>Express</i> | <i>Route</i> |
|---------------------|------------------|----------------|--------------|
| $V_t^0$             | 130              | 80             | 50           |
| $V_t^1$             | 0.8              | 0.6            | 0.5          |

Table 7: Coefficients de lois de vitesse

1. Calculer les vitesses sur les tronçons. Réponse .
2. Le tableau 4 donne les longueurs des tronçons. Calculer les émissions de chaque arc, pour les flux calculés précédemment et les visualiser sur le graphe. Réponse .
3. Modifier l'épaisseur des arcs proportionnellement aux émissions. Réponse .

## 5 Prolongements du TP

À partir des émissions de polluants calculés sur les tronçons, une modèle de dispersion des gaz, tenant compte du vent peut permettre de calculer les concentrations en polluant sur la ville. Cette étude a été menée de manière plus poussée dans le cadre d'un stage scientifique au CEREVE. Le rapport de stage est téléchargeable au format **pdf** .