

Modelo de competencia para hembras *Aedes aegypti* introduciendo *Wolbachia*

Daiver CARDONA y Lilian Sofía SEPÚLVEDA ()

March 7, 2018

Contents

1 Establecimiento de la infección con <i>Wolbachia</i> entre las hembras silvestres del <i>Aedes aegypti</i>	1
1.1 Formulación del modelo de competencia	1

1 Establecimiento de la infección con *Wolbachia* entre las hembras silvestres del *Aedes aegypti*

En este caso se presenta un modelo bidimensional que describe la dinámica poblacional de las hembras del mosquito *Aedes aegypti* (infectados y no infectados con *Wolbachia*) que actúan como principales transmisores de diferentes infecciones arbovirales. Este modelo cuenta con la dependencia de densidad y la competencia entre hembras infectadas y no infectadas por los mismos recursos (tales como comida, criaderos, etc). Además, se introduce un termino (llamado término de descompensación crítica) que pueda expresar matemáticamente el hecho de que en altas frecuencias de infección por *Wolbachia* las hembras silvestres (a pesar de tener una mejor aptitud biológica individual) tienen menos posibilidades de producir descendencia viable que las hembras infectadas con *Wolbachia*.

1.1 Formulación del modelo de competencia

Sea $M(t)$ el número total de hembras del *Aedes aegypti* presentes en la localidad objetivo en el día t . Se supone que la población de hembras del *Aedes aegypti* consiste en dos grupos, es decir, $M(t) = W(t) + F(t)$, donde $W(t)$ denota las hembras infectadas con *Wolbachia* y $F(t)$ denota las hembras silvestres (o no infectadas con *Wolbachia*). Ambos grupos deben competir por los mismos criaderos y otros recursos disponibles en la localidad objetivo, así como por oportunidades de apareamiento.

Tomando como base el modelo de competencia descrito por Britton(20012) y añadiendo la propiedad inducida por el fenotipo reproductivo de IC, se propone el siguiente modelo para la dinámica poblacional y la iteración de hembras del *Aedes aegypti* infectadas y no infectadas con *Wolbachia*:

$$\frac{dF}{dt} = \left[\Psi_f - \frac{r_f}{K_f}(F + W) \right] F \left(\frac{F}{K_0} - 1 \right) - \delta_f F, \quad (1a)$$

$$\frac{dW}{dt} = \left[\Psi_w - \frac{r_w}{K_w}(F + W) \right] W - \delta_w W. \quad (1b)$$

Aquí, el parámetro Ψ hace referencia a la tasa de nacimientos, r a la tasa de crecimiento intrínseca y δ a la tasa de mortalidad, donde \square_f se refiere a las hembras silvestres o no infectadas con *Wolbachia* y \square_w se refiere a las hembras infectadas con *Wolbachia*. Sin embargo, los significados de K_f , K_0 y K_w merecen más explicaciones. Primero, la ecuación (1a) tiene un comportamiento “casi” logístico, en ausencia de portadores de *Wolbachia* (es decir, para $W(t) = 0$). En este caso, el modelo se puede considerar realista solo cuando $K_0 \rightarrow 0$. Sin embargo, nuestro interés consiste en modelar la interacción (competencia) de dos especies de mosquitos; por lo tanto, la presencia de hembras con *Wolbachia* en el sistema dinámico (1) es obligatoria y no puede ser ignorada. Los términos dentro de los corchetes en (1) se refieren exáctamente a la competencia entre hembras infectadas con *Wolbachia* y las hembras silvestres por los mismos recursos. Esto está en concordancia con los modelos tradicionales de competencia (véase por ejemplo Briton(2012) o textos similares).

La dinámica descrita en (1) se puede trabajar en Scicoslab con el siguiente código:

El umbral de población mínima viable para los nativos (PMV) K_b puede estimarse a partir de los otros parámetros (en efecto, $K_b \geq K_0$). De acuerdo con la ecuación (1a), el crecimiento instantáneo de hembras silvestres debe ser negativo $\left(\frac{dF}{dt} < 0 \right)$ cuando $F(t) < K_b$ y positivo $\left(\frac{dF}{dt} > 0 \right)$ cuando $F(t) > K_b$.

También debe observarse que $K_f > 0$ y $K_w > 0$ en (1a) son parámetros *relacionado* con la capacidad de carga de los mosquitos

Pregunta 1 *¿Se podrá determinar las capacidades de carga de los mosquitos?*

Numéricamente determine las capacidades de carga de los mosquitos usando el siguiente código Scicoslab:

Pregunta 2 *¿Se podrá determinar algebraicamente esta capacidades de carga?*

Pregunta 3 *¿Se podrá determinar los valores del umbrales (PMV)?*

Numéricamente determine el umbral cambiando los valores iniciales usando el código Scicoslab dado en la pregunta anterior

Para visualizar el campo vectorial y algunas trayectorias de este modelo use el siguiente código Scicoslab:

Pregunta 4 *¿Cuántos equilibrios observó? ¿Qué interpretación biológica tienen los equilibrios?*