

Planning du cours MOPSI.

Aurélien Alfonsi, Tony Lelièvre, Renaud Marlet et Pascal Monasse

10 décembre 2014

Le cours comporte trois dominantes : probabilités, analyse numérique / calcul scientifique et informatique.

1 Validation

La validation se fera :

- par projet (50 %) : les projets seront faits en binôme, comporteront une partie implémentation informatique, et feront appel à des compétences en calcul scientifique, probabilités et informatique. La soutenance se fera sous la forme d'**une séance de posters** dans le hall où les élèves présenteront leurs résultats.
- par examen et rendus de TP (50 %) : l'examen comportera deux parties : une partie probabilités, et une partie analyse numérique / calcul scientifique. Les notes de cours seront autorisées. Pour la partie informatique, une note portera sur les rendus de TP. Un bonus d'un point sur la note globale sera donné aux élèves ayant plus de 10/20 dans les 3 matières.

Une séance de suivi et d'aide sur les projets est prévue le **jeudi 08 janvier**. Bien sûr, pour cette séance comme pour les séances de cours, la présence est obligatoire.

La séance poster aura lieu le **mercredi 4 mars**. Mise en place des posters à 12h00.

L'examen aura lieu le **vendredi 13 février** matin. Le **jeudi 12 février** matin aura lieu une séance de révision pour l'examen.

2 Programme

2.1 Probabilités

Intervenant : Aurélien Alfonsi (alfonsi@cermics.enpc.fr)

1. **06/10** Rappels de première année : Mesures et Probabilités. Construction de l'espérance. Loi d'une variable aléatoire. Théorème central limite et loi forte des grands nombres. Méthode de Monte-Carlo.
2. **23/10** Espérance conditionnelle. Double conditionnement et loi conditionnelle.
3. **06/11** Martingales à temps discret. Théorème d'arrêt. Inégalités maximales et théorèmes de convergence.
4. **27/11** Chaînes de Markov à temps discret. Le modèle de population de Galton-Watson. Exemple de modèle non markovien.

5. **08/12** Théorème ergodique pour les chaînes de Markov. Hasting-Metropolis et méthodes MCMC.
6. **05/01** Construction du mouvement Brownien et du processus de Poisson (Processus à accroissements stationnaires et indépendants). Premières propriétés, martingales associées et simulation.
7. **15/01** Propriété de Markov du mouvement Brownien. Théorème d'arrêt.
8. **29/01** Intégrale stochastique. Formule de Feynman-Kac et liens entre le problème de Dirichlet et le problème probabiliste associé, pour le mouvement brownien (puis éventuellement pour les EDS).

2.2 Analyse numérique / calcul scientifique

Intervenant : Tony Lelièvre (lelievre@cermics.enpc.fr)

1. **09/10** *Equations différentielles ordinaires (1)* **A Rappels** : théorème de Cauchy. Théorème de Cauchy-Lipschitz. Notion de solution maximale. **B Notions de stabilité des points d'équilibres**. Stabilité par fonction de Lyapunov.
2. **13/10 de 15h00 à 18h00** *Equations différentielles ordinaires (2)*. Stabilité par linéarisation. Le cas du pendule. **C Ergodicité de systèmes dynamiques mesurés**. Preuve du théorème ergodique de Birkhoff.
3. **10/11** *Equations différentielles ordinaires (3)*. **D Schémas numériques**. Notions de consistance. Notions de stabilité et de consistance.
4. **24/11** *Equations différentielles ordinaires (4)*. Stabilité absolue, problèmes raides. Réduction de modèle, théorème de Tychonoff, application en cinétique chimique. / *Equations aux dérivées partielles (1)*. **A Rappels d'analyse fonctionnel**. Distribution. Intégration et dérivation.
5. **11/12** *Equations aux dérivées partielles (2)*. Espaces de Sobolev, théorèmes de trace, inégalité de Poincaré. Convergence faible dans les Hilbert. Inclusion de Sobolev et théorème de Rellich Kondrachov. **B Problèmes elliptiques et paraboliques**. Conditions aux limites de Dirichlet / Neumann.
6. **22/01** *Equations aux dérivées partielles (3)*. Propriétés qualitatives (régularité, principe du maximum) des solutions de problèmes elliptiques. Introduction à l'homogénéisation. Equations paraboliques. Théorème de Jacques-Louis Lions. Propriétés qualitatives. **C Discrétisation de problèmes elliptiques et paraboliques**. Discrétisation des problèmes paraboliques par différences finies.
7. **02/02** *Equations aux dérivées partielles (4)*. Schémas aux différences finies : stabilité, consistance, principe du maximum discret, lien avec les chaînes de Markov, upwinding. Résolution de systèmes linéaires.
8. **09/02** *Equations aux dérivées partielles (5)*. Méthodes des éléments finis. Convergence et stabilité. *Introduction à l'optimisation*. Optimisation en dimension infinie. Problème d'Euler Lagrange. Illustration sur le calcul de la première valeur propre du laplacien. Optimisation en dimension finie : aspects pratiques. Algorithmes d'optimisation. Problèmes de contrôle.

2.3 Informatique

Intervenants : Renaud Marlet (renaud.marlet@enpc.fr) et Pascal Monasse (monasse@imagine.enpc.fr)

1. **20/10** Structures de données, arbres (1). (RM)
2. **03/11** Rappels de C++, Programmation objet. (PM)
3. **13/11** C++ avancé : template, STL. (PM)
4. **01/12** C++ avancé : héritage. (PM)
5. **18/12** C++ avancé : MKL, calculs numériques. (PM)
6. **12/01** Structures de données, arbres (2). (RM)
7. **26/01** Programmation dynamique. (RM)
8. **05/02** Graphes. (RM)