

Programme du cours de Probabilités 2024/2025

Page web du cours: <http://cermics.enpc.fr/~alfonsi/Proba1A.html>

Livre et polycopié du cours: Livre “Probabilités et Statistiques” de Benjamin Jourdain, publié chez Ellipses en 2009. Le module porte sur les six premiers chapitres du livre.

Important: les élèves ont la possibilité d’imprimer le polycopié mis à jour du livre qui se trouve à l’adresse <http://cermics.enpc.fr/~jourdain/probastat/poly.pdf>

Prérequis: Le contenu des chapitres 1 et 2 du livre est supposé connu. Ces deux chapitres portent sur les probabilités discrètes qui ont été vues en classes préparatoires. Il est recommandé à tous les élèves de les lire avant le début du cours et de se mettre à niveau si besoin.

Planning: (horaire 8h30-11h45)

- **Mardi 12 novembre :** Rappels succincts du programme de classes préparatoires (Chapitres 1 et 2). Brève présentation du cadre théorique des probabilités (espace de probabilités, tribu borélienne, variables aléatoires...) à partir du document distribué disponible à <https://cermics.enpc.fr/~alfonsi/Proba1A/complement.pdf> . Variables aléatoires réelles à densité: définition, espérance, variance, fonction de répartition (§3.2 du polycopié).
▷ *Exercices¹ à traiter en cours:* Exercice 2.6.7, calcul de l’espérance et de la variance des lois uniforme, exponentielle et gaussienne.
- **Mardi 19 novembre :** Variables aléatoires réelles à densité: densités usuelles, fonction caractéristique (lien avec la transformée de Laplace et la fonction génératrice), caractérisation de la loi par fonction muette et exemples.
▷ *Exercices à traiter en cours:* Exercices 3.5.3, 3.5.5 (Jensen et lien avec maximisation de l’utilité), 3.5.11 (feu de circulation).
- **Mardi 26 novembre :** Manipulation d’intégrales multiples (Fubini et changement de variables). Vecteurs aléatoires à densité : définition, densités marginales, indépendance, fonction caractéristique, caractérisation de la loi par fonction muette, covariance et formule $Var(u.X) = u.K_X u$. Vecteurs gaussiens: stabilité par transformation affine, existence, indépendance et covariance.
▷ *Exercices à traiter en cours:* Lois β , γ et du χ^2 (Propositions 3.4.4 et 3.4.6). Exercice 3.5.15.

¹Attention: les numéros d’exercices indiqués dans cette feuille se rapportent à ceux du polycopié <http://cermics.enpc.fr/~jourdain/probastat/poly.pdf> et peuvent être différents de ceux du livre.

- **Mardi 3 décembre** : Présentation des différents modes de convergence (presque sûre, L^p , en probabilité et en loi), la hiérarchie entre ces convergences, la caractérisation de la convergence en loi par la fonction caractéristique et le théorème de Slutsky.
 ▷ *Exercices à traiter en cours*: exercices 1, 2 et 3 de la feuille d'exercices distribuée en classe https://cermics.enpc.fr/~alfonsi/Proba1A/Exercices_convergence.pdf

- **Mardi 10 décembre** : Chapitre 5. Loi faible des grands nombres, loi forte des grands nombres (preuve sous hypothèse de moments d'ordre 4). Théorème de la limite centrale, exercices. Théorème de la limite centrale multidimensionnel.
 ▷ *Exercices à traiter en cours*: Exercices 5.5.3, 5.5.5 et 5.5.7.

- **Mardi 17 décembre** : Générateur aléatoire. Méthode d'inversion de la fonction de répartition. Simulation des variables aléatoires usuelles et des vecteurs gaussiens. Méthode de Box-Muller. **Apporter votre ordinateur portable (avec Python ou Scilab)**. Illustration sur ordinateur de la loi forte des grands nombres et du TCL:
https://cermics.enpc.fr/~alfonsi/Proba1A/TP_simulation.html.
 ▷ *Exercices à traiter en cours*: Exercice 4.3.1 et un exercice autour de la méthode du rejet. Exercice facultatif sur la dépendance.

- **Mardi 7 janvier** : Travail dirigé sur la méthode de Monte-Carlo. Intervalle de confiance. Présentation de la méthode pour calculer une intégrale en grande dimension. Introduction aux méthodes de réduction de variance.
 ▷ *Exercices à traiter en cours*: Partie 1 du TD, et exercices 3 et 4 du TD. Evaluation du cours par les étudiants à faire remplir.

- **Mardi 14 janvier** : Séance de révision obligatoire. Exercices sur l'ensemble du programme et préparation à l'examen.

- **Mardi 21 janvier** : **Examen 8h30-11h30 avec documents**