GASPARD CORIOLIS ET LE JEU DE BILLARD COMME AUXILIAIRE SCIENTIFIQUE

Nicolas BOULEAU

Les jeux et la science ont eu de tout temps une connivence profonde. La connaissance scientifique recueille l'adhésion sociale non seulement par les applications qui viennent nourrir l'innovation matérielle si recherchée par l'économie libérale contemporaine, mais aussi en embrassant des activités purement ludiques, tels, par exemple, les jeux de hasard qui relient le casino et la finance. Si cette manière nous étonne aujourd'hui, elle était parfaitement naturelle de l'antiquité jusqu'à l'époque où Gaspard Coriolis publie sa *Théorie mathématique des effets du jeu de billard* (1835) avant que le positivisme de Comte et de Renan ne vienne installer la doctrine *du partage* destinée à préserver la science de toute contamination, affective, religieuse ou idéologique.

En comparaison d'autres savants de son époque, Gaspard Coriolis (1792-1843) a plutôt le profil d'un professeur de talent que d'un inventeur ou créateur de théories nouvelles. Il enseigne comme adjoint de Navier puis comme titulaire la *Mécanique appliquée* à l'Ecole des Ponts et Chaussées. Il enseigne également à l'Ecole Polytechnique dont il deviendra directeur des études en 1838. Sensible à la dimension pédagogique il organisait à partir de 1827 un séminaire régulier sur diverses questions mathématiques et physiques. Sa réputation scientifique est telle que Cauchy le choisit pour exposer dans une lettre (publiée dans les Comptes Rendus de l'Académie en 1837) son grand "théorème de Turin" de 1831 (énonçant que la série de Mac Laurin d'une fonction [analytique] a pour rayon de convergence le module de la singularité la plus proche de l'origine). C'est par lui également que sera connu le fameux théorème de Cauchy sur l'existence d'une solution d'une équation différentielle avec donnée initiale (problème de Cauchy), question qu'il approfondira dans un *Mémoire sur le degré d'approximation qu'on obtient pour les valeurs numériques d'une variable qui satisfait une équation différentielle...*[1]

Sa découverte de la "force de Coriolis" provient également d'un souci pédagogique puisque la question qu'il se pose est celle d'exprimer correctement les lois de la mécanique dans un repère lié à la terre donc animé d'un mouvement de rotation par rapport aux référentiels galiléens, question préalable indispensable à la mise en place d'exercices concrets d'un cours de mécanique. Lorsqu'un corps solide est en mouvement par rapport à la terre, en plus des forces classiques, il faut considérer une force additionnelle pour rendre compte correctement du mouvement. Cette force $2m\Omega \wedge V$ perpendiculaire à la vitesse (comme celle reçue par une particule chargée dans un champ magnétique) est l'explication de la rotation du pendule de Foucault. On peut également voir son effet dans l'érosion du lit des fleuves : dans l'hémisphère nord, pour les fleuves de vitesse de l'ordre de 3 km/h dont les sinuosités ont un rayon de courbure inférieur à 10 km la force centrifuge prévaut sur la force de Coriolis et les méandres se creusent

[1] publié dans le "journal de Liouville" aujourd'hui Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, 2 (1837) 229-244.

vers l'extérieur alors que pour les fleuves de grand rayon de courbure (telle la Volga dans le milieu de son cours) la force de Coriolis domine et le creusement se fait toujours sur la droite du courant[2].

Appliquer la science naissante à des questions de la vie quotidienne, après les jeux de cartes et de jetons utilisés par Pascal, Fermat et Abraham de Moivre, était devenu au 18e siècle plus qu'une marque d'esprit pour amateurs éclairés, la science engageait le programme d'une compréhension plus profonde du monde. Les *Lettres à une princesse allemande* où Euler rationalise les observations courantes telles que les marées et plus encore l'*Encyclopédie* s'attachent à chasser le surnaturel partout où le peuple est entretenu dans la superstition. Ce souci des Lumières se développe alors que se perfectionne la mécanique newtonienne en un langage puissant capable d'aborder des cas complexes de la mécanique des solides et des fluides.

La toupie de Lagrange est un exemple spectaculaire d'application de la nouvelle science mécanique à un jeu d'enfant. L'émerveillement des yeux du jeune âge devient ravissement de l'esprit pour l'amateur de science adulte à même de comprendre les mouvements de rotation, de précession et de nutation qui viennent éveiller la toupie dormante lorsque sa vitesse diminue.

Au demeurant dans l'exemple de la toupie, les frottements jouent un rôle secondaire et il restait à trouver des cas typiques où les principes de ma mécanique lagrangienne fussent appliqués avec les lois du frottement dégagées par Coulomb[3].

C'est ce que Coriolis entreprend dans sa théorie du jeu de billard. Il y considère le frottement de glissement et le frottement de roulement, ce dernier étant responsable du ralentissement de la bille lorsqu'elle roule sans glisser en ligne droite. Pour chacune des lois qu'il dégage Coriolis considère les divers cas de figures envisageables. Sa démarche est analytique, c'est-à-dire qu'il procède par des calculs, il utilise abondamment le produit scalaire et le produit vectoriel dans l'expression des conséquences du principe fondamental de la mécanique sans avoir de notation synthétique pour les écrire mais, particularité typique de l'époque, il n'exprime les résultats que par des constructions géométriques à même de fournir exactement la grandeur et la direction des vecteurs qu'il a calculés. Les boules soumises à l'effet qui leur donne une rotation décrivent des paraboles dont les caractéristiques sont ainsi calculées puis dessinées. Il se préoccupe en outre des ordres de grandeur et rapporte les expériences complémentaires qu'il a faites pour montrer que les valeurs numériques des frottements entre boules font qu'ils restent le plus souvent négligeables.

Coriolis souligne ce qui reste invariant lorsque les vitesses varient "Nous répétons ici ce que nous avons dit pour les chocs entre billes : c'est que les dimensions des courbes croissent et décroissent, non dans le rapport des vitesses, mais dans le rapport de leurs carrés. Si donc on change l'échelle des vitesses pour les considérer comme plus ou moins grandes, on devra changer l'étendue des courbes. Mais les directions et les grandeurs des vitesses finales resteront toujours les mêmes. On doit remarquer ainsi que les constructions qui donnent les directions finales subsistent toujours,

---

[2] Cf. V. I. Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer 2d ed. 1989.

[3] Charles de Coulomb (1736-1806) *Théorie des machines simples* 1779.

quelles que soient les lois que suivent les deux frottemens de glissemens et de roulement."

En revanche la sensibilité de la trajectoire à la direction de la queue et au point d'impact n'est pas étudiée en tant que telle, du moins par des calculs. On sent pourtant Coriolis en permanence préoccupé par la question de la sensibilité; aux hypothèses sur les frottements nous l'avons dit, également aux conditions initiales mais qu'il traite uniquement graphiquement dans les nombreuses planches qui accompagnent son traité (en particulier les figures 35-37, 45-47, 57, 58, 62, 65, 68).

Au vingtième siècle, c'est cette question de la sensibilité qui redonnera aux billards une place dans la réflexion théorique sur la mécanique, en liaison avec la compréhension des phénomènes chaotiques. Après les travaux de Poincaré un nouveau regard est porté sur la mécanique et les mathématiciens Hopf, Birkhoff, Hermann Weyl, Kolmogorov et Sinai, notamment, incluent l'exemple des billards comme un chapitre de la *théorie ergodique*. Il s'agit là, en général, de billards sans frottements où l'on s'intéresse à la question de savoir si une trajectoire indéfiniment prolongée, passe au voisinage de tout point donné. Les billards de forme elliptique n'ont pas cette propriété : les trajectoires y sont toujours tangentes à une même ellipse ou à une même hyperbole.

L'ergodicité des billards provient de la très grande sensibilité de la trajectoire à l'exacte position de la boule mobile dans ses chocs avec les boules fixes. Au bout d'un certain nombre de chocs, la trajectoire a, pour ainsi dire, oublié les premières positions. Ces systèmes dynamiques se raccordent à un autre problème de la mécanique, celui de rendre compte du comportement des gaz par les chocs des molécules et donner ainsi à la mécanique statistique (classique ou quantique) le pouvoir réductionniste dont elle était l'ambition. La théorie des billards se confond alors avec celle du gaz de Lorentz d'un système de sphères dures.

Si l'on pense aux jeux de cartes et de jetons sur lesquels raisonnaient au 17e siècle les inventeurs de la théorie naissante des probabilités, au fameux jeu de pair-impair commenté par Edgar Poe dans la *Lettre volée*, repris par Von Neumann pour montrer la pertinence de stratégies aléatoires et initier la "théorie des jeux" comme un des fondements de l'économie[4], si l'on pense tout simplement aux automates, ancêtres des algorithmes et des machines de Turing, il est clair que la science a tiré grand bénéfice de l'étude des jeux, la cause, dans ce sens, est entendue. Mais *a contrario* les jeux concernés n'y ont-ils pas perdu une grande partie de leur sel ? Que restera-t-il du jeu d'échecs lorsque la stratégie gagnante (des blancs ou des noirs) de ce jeu à information complète aura été décrite *in extenso* grâce à l'outil informatique ? Il y a là une désolante démystification, qui nous place en face du jeu dans la position infantilisante d'une ingénuité forcée due à notre ignorance, dans la même situation qu'un élève devant un exercice de maths ou de physique.

En compensation heureusement, la science propose des amusements nouveaux et les professeurs de talent en tirent parti pédagogiquement. Tels ces jolis fractals si facilement engendrés par les langages de programmation

[4] Cf. N. Bouleau *La règle, le compas et le divan*, Seuil 2003.

récursifs, tels ces surprenants algorithmes modulaires qui épanouissent tant de formes inattendues dans l'entre-deux du structuré et du contingent, tels ces systèmes chaotiques aux étranges attracteurs, telles aussi ces compétitions de robots chères aux Ecoles technologiques. Il y a plus généralement des ressources didactiques inépuisables dans la pratique de la *modélisation* par groupes ou inter-classes et les travaux des IREM dans ce sens ont une renommée internationale[5].

Au demeurant, ces plaisirs scientifiques n'ont conquis, pour l'instant, qu'une place bien modeste. La télévision sera-t-elle un jour capable, en puisant dans la culture de l'OULIPO, en s'aidant du numérique d'un côté et de l'histoire des sciences de l'autre, de sortir du registre affectif des images passives et de proposer un peu plus de langage symbolique, outil indispensable d'une pensée créatrice ?

[5] IREM, Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mthématiques.