LA PERSONNALITÉ D'EVARISTE GALOIS : LE CONTEXTE PSYCHOLOGIQUE D'UN GOÛT PRONONCÉ POUR LES MATHÉMATIQUES ABSTRAITES*

Nicolas BOULEAU
Directeur de recherche
à l'Ecole des Ponts, Paris

Evariste Galois's personality: the psychological context of an unusual fondness for abstract mathematics

Galois's name is today associated with group theory, of which he is considered a founder. By means of theoretical concepts he solved the general question of how to express the roots of an algebraic equation by means of auxiliary equations: this is what is known as the Galois theory.

Nevertheless, a good twenty years after Galois's death, Alexandre Dumas, whose Mémoires bear faithful witness to his time, was still completely ignorant of the mathematical activity of Galois, and presented him as a passionate, activist republican.

His childhood, his behaviour with classmates and professors, his aptitude for abstract ideas and natural intimacy with higher mathematics, make Galois an interesting case both for a better understanding of mathematical research and also for the identification of some non-universal psychological features specifically associated with abstract conceptual ability.

Galois was anxious and uncompromising by nature, but he also possessed an exceptional vitality. Despite the numerous defeats encountered during his short life, he always found sufficient energy to undertake and see his projects through.

During this exposition we will meet some fundamental ideas of Lacan on the relationship between paranoia and creativity. It will be an opportunity to improve our knowledge of an author who is not always easy to approach due to his sophisticated use of the French language.

The plan of the lecture will follow three natural parts:

- *the story of the life, full of events, of this young man*
- *shortly some insights in his mathematical ideas*
- *and at last a discussion on psychology of discovery in mathematics*

I

Né le 25 octobre 1811 à Bourg-la-Reine, Evariste Galois est mort le 31 mai 1832 à l'âge de vingt ans et sept mois des suites d'un duel. Ses travaux personnels furent conservés par son ami Auguste Chevalier et font l'objet d'une édition moderne[1], il s'agit essentiellement de mathématiques et de considérations générales sur la science. Malgré une étude biographique fort documentée de P. Dupuy en 1896 qui est la source principale[2], on sait peu de choses sur son enfance. Son père, royaliste libéral, élu maire de Bourg-la-Reine durant les cent jours (1815), s'est maintenu à cette fonction malgré l'opposition déclarée du curé. Evariste est éduqué par sa mère jusqu'à l'âge de douze ans. Imprégnée de culture classique et de stoïcisme romain, elle lui fait traduire Cicéron et Sénèque. Plusieurs témoignages la décrivent comme une femme intelligente, chrétienne mais sans bigoterie, « réduisant presque la religion au rôle d'enveloppe des principes de la morale »[3]. Ces années d'enfance furent certainement les plus heureuses. Le cadre familial se compose d'une sœur aînée dont la mère s'occupe vraisemblablement moins, et d'un frère plus jeune de trois ans. La complicité avec sa préceptrice maternelle est le registre des valeurs qui entourent sa vie intellectuelle. Pour le jeune garçon, sa mère est l'interprète des événements historiques récents de la Révolution, de l'Empire et de la Restauration sur fond de difficultés politiques du père.

Evariste quitte cette ambiance en 1823 pour l'internat au lycée Louis-le-Grand. Il est irrégulier dans son travail et sa conduite : un de ses bulletins mentionne « cet élève, qui travaille bien la généralité de ses devoirs, et quelques-uns avec ardeur et goût, se rebute facilement quand la matière ne lui plaît pas, et alors il néglige son devoir. [...] Jamais il ne sait mal une leçon : ou il ne l'a pas apprise du tout ou il la sait bien. Quant à ses qualité personnelles, elles sont bien difficiles à définir. Il n'est pas méchant mais frondeur, singulier, bavard, aime à contrarier et à taquiner ses camarades »[4]. Cela le mène jusqu'à la classe de première où il subit son premier échec, fort humiliant : après un trimestre passé en classe de rhétorique, il est rétrogradé en seconde parmi des enfants qu'il ne connaît pas. Dès lors il adopte un comportement plus autonome vis-à-vis de la scolarité, il suit en parallèle la classe de mathématiques, ce qui était possible à l'époque, lit la *Géométrie* de Legendre, ouvrage remarquable par le jeu des idées qui semble avoir eu un rôle déterminant dans la motivation du jeune homme, il lit aussi Lagrange et d'autres auteurs récents. L'un de ses maîtres écrit « la fureur des mathématiques le domine. Je pense qu'il vaudrait mieux pour lui que ses parents consentent à ce qu'il ne s'occupe que de cette étude : il perd son temps ici et n'y fait que tourmenter ses maîtres et se faire accabler de punitions ». On sait par son ami Chevalier qu'il crut dès cette époque avoir résolu l'équation du cinquième degré (erreur commise par Abel également). L'année qui suit son redoublement, s'étant préparé seul, il se présente à Polytechnique, ce qu'il n'aurait dû envisager qu'après une année de mathématiques élémentaires et une de spéciales. Il échoue. Deuxième revers, prévisible étant donné son état d'impréparation, mais ressenti comme une forte déception tant cette école, aux relents de bonapartisme, avait de prestige à ses yeux.

Admis en classe de spéciales en sautant celle d'élémentaires, il a enfin un professeur qui reconnaît son talent : Monsieur Richard. Celui-ci note sur son bulletin « cet élève a une supériorité marquée sur tous ses condisciples » puis « cet élève ne travaille qu'aux parties supérieures des mathématiques ». Ainsi encouragé, Galois publie son premier mémoire (sur les fractions continues) et fait sa première communication à l'Académie des Sciences, concernant, d'après Auguste Chevalier, des résultats de la plus haute importance sur la théorie des équations.

Ce fut un nouveau déboire, d'une nature particulière. Que se passa-t-il vraiment ? L'historien Dupuy relate la chose ainsi : « Cauchy se chargea de présenter à l'Académie des Sciences un extrait de la théorie conçue par le jeune collégien ; il l'oublia ; l'extrait fut perdu pour son auteur qui le réclama inutilement au secrétariat de l'Académie ; il avait été égaré. Le peu d'attention donné par l'Institut au premier travail soumis à son jugement par Galois commença pour lui des douleurs qui, jusqu'à sa mort, devaient se succéder de plus en plus vives ». S'il est des oublis qui ont une signification inconsciente, c'est bien celui-là. Cauchy travaillait intensément sur ces questions et avait montré une force d'investigation impressionnante à ses contemporains. Qu'un garçon de dix-sept ans pût prétendre s'emparer de ce sujet était presque une insolence. Quels furent leurs échanges, en ont-ils discuté, la communication ne se fit-elle que par écrit ? On ne sait. Il convient de noter que les usages de la vie scientifique n'étaient pas les mêmes qu'aujourd'hui. Il était normal pour un jeune homme, comme Balzac nous le montre si bien, de rendre des visites. Cauchy lui-même avait été ainsi introduit dans le monde savant grâce aux relations de son père qui côtoyait Lagrange, Monge et Laplace par sa fonction de secrétaire-archiviste du Sénat. Les notables avaient des protégés dont ils pouvaient faire connaître les dons et les travaux. Ce système n'a jamais laissé passer à la notoriété de production franchement médiocre, mais il était très reproducteur de l'ordre social et choque aujourd'hui quelque peu nos habitudes républicaines. C'était déjà le cas à l'époque. Galois était républicain dans l'âme. Cette négligence de la part de Cauchy, royaliste, conservateur (légitimiste, il restera partisan de Charles X après la révolution de juillet 1830), anima le jeune homme d'un sentiment encore plus vif pour la République.

L'été 1829 se produisit l'événement le plus grave, une quatrième déception suivie d'une catastrophe. Il se présente une seconde fois à Polytechnique alors que dans le même temps une cabale est menée contre son père. Les milieux proches du clergé local avaient fait circuler des textes licencieux, faux, attribués au maire pour le discréditer. Evariste fut recalé à nouveau. Peu de temps après, son père se suicida, pris, d'après Dupuy, « du délire de la persécution ». Le cortège funèbre conduit par Evariste suscita une petite émeute de la population contre le curé.

Les sources de Dupuy sur les circonstances du suicide du père sont des renseignements fournis par des membres de la famille. On n'a pas d'autres faits relevant d'un tempérament paranoïaque, il semble que de nombreuses intrigues harcelaient réellement cet homme pour le faire craquer.

Vraisemblablement vers l'automne de cette même année 1829, il prend connaissance des résultats d'Abel sur la non résolubilité de l'équation du cinquième degré par radicaux et sur les fonctions elliptiques. C'est évidemment une désillusion qui l'obligera dans ses écrits ultérieurs à insister sur la plus grande portée de sa propre théorie. Un trait étonnant de la personnalité d'Evariste Galois est l'énergie qu'il parvient à mobiliser immédiatement après les échecs. Il réunit ses idées mathématiques tout en poursuivant ses études et présente l'ensemble de ses recherches à l'Académie pour le concours du grand prix de mathématiques en janvier 1830. Le manuscrit est remis au secrétaire perpétuel Joseph Fourier, l'inventeur de la théorie analytique de la chaleur et de l'analyse harmonique. Mais celui-ci meurt en avril avant de l'avoir examiné. On ne retrouva pas le manuscrit dans ses papiers.

Sans doute des contacts de politesse de Galois, directement auprès de Fourier ou par l'entremise d'un de ses professeurs, eussent permis de suivre l'instruction du dossier et limité les risques, mais on peut imaginer que le jeune républicain répugnait à ces comportements courtisans. Malgré cette vexation, il rédige à nouveau ces travaux et les publie en trois articles dans le *Bulletin des Sciences mathématiques* dirigé par A.-E. de Férussac.

Admis en février 1830 à l'Ecole Normale, alors Ecole Préparatoire, il n'est pas disposé pour autant à se consacrer enfin sereinement à ses recherches. Il s'insurge contre la personnalité opportuniste du directeur avant et après les Trois Glorieuses de juillet, et finit par se faire exclure de l'Ecole en décembre. Les péripéties de ce nouvel échec sont révélatrices de son caractère. A la suite de lettres anonymes ou collectives contre le directeur et des réponses de celui-ci, Galois se met en position de porte-parole des élèves dans le conflit, sans s'assurer qu'il est réellement cautionné. Ses propos étant acerbes, il est effectivement désavoué et perd la partie. Après son exclusion, il publie encore dans la *Gazette des Ecoles* une lettre ouverte à ses camarades dans laquelle il exprime, à leur place, où est le sens de leur honneur. « Il n'appartient ni à vous ni à moi de se prononcer définitivement sur le droit que s'est arrogé M. Guignault [le directeur]. Mais ce que vous ne devez pas souffrir, c'est qu'il vous charge de toute la responsabilité de mon exclusion; c'est qu'après les témoignages de confraternité que j'ai reçus de vous à mon départ, il ose déclarer que vous avez pris l'initiative pour amener mon exclusion ». La confraternité est perçue ici comme un lien inconditionnel, qu'il n'est même pas besoin de vérifier. En vérité, beaucoup d'élèves avaient été choqués de sa quérulence excessive et l'avaient dit.

Dix jours après son exclusion, prononcée le 3 janvier 1831, il ouvre un cours public hebdomadaire d'algèbre supérieure au 5 de la rue de la Sorbonne pour initier les étudiants aux mathématiques récentes. Annoncé par la *Gazette des Ecoles,* la première séance s'ouvre avec une quarantaine d'auditeurs. On a l'impression que Galois prend appui sur ses infortunes pour repartir, tel Antée touchant le sol, à nouveau conforté dans sa révolte et son ambition. Le cours ne durera pas bien longtemps, sans doute trop difficile.

C'est à ce moment que Poisson qui s'était intéressé à ses recherches et lui avait demandé de récrire le manuscrit perdu dans les affaires de Fourier, remit son rapport à l'Académie. Il déclara le texte *incompréhensible* (4 juillet 1831) et le travail ne fut donc pas approuvé. On lit dans les papiers personnels de Galois combien le rapport de Poisson fut ressenti plus profondément que d'autres écueils. Une reconnaissance méritée lui échappait. Dorénavant il s'adressera volontiers dans les introductions de ses articles aux mathématiciens futurs. Pour une fois que son œuvre était examinée par un mathématicien compétent et *a priori* bienveillant, cette incompréhension tombait comme une sentence d'exclusion, non plus d'un établissement, mais de la science elle-même.

Quelques jours plus tard, il est arrêté pour port illégal d'uniforme, jugé et mis en prison. C'était l'aboutissement de divers démêlés avec la police pour agitations républicaines qui sont évoquées dans les mémoires d'Alexandre Dumas, au cours desquelles il avait été jugé une première fois pour insulte au roi et acquitté malgré un plaidoyer où il déniait lui-même l'éventualité de circonstances atténuantes[5]. En prison, d'après un compagnon de captivité, il souffre beaucoup par son jeune âge, il est physiquement et moralement torturé par des prisonniers qui le font boire en le manipulant par son sens de l'honneur.

Transféré à la maison de la santé du Sieur Faultrier en mars 1832, il se remet à ses recherches mathématiques et rédige quelques essais. A la suite du déroulement fâcheux d'une relation amoureuse avec Mlle Stéphanie D., il est provoqué en duel et meurt le 31 mai 1832, des suites de ses blessures après avoir confié à son ami Auguste Chevalier les étapes principales de sa théorie et avoir écrit deux lettres dans l'une desquelles il se plaint de mourir « victime d'une infâme coquette ».

Les circonstances de cette dernière et fatale mésaventure sont obscures. Ce n'est pas un mari trompé qui tira sur Galois, mais un républicain qui avait pris la position de défendre l'honneur d'une jeune femme. La question de la construction de l'échec se pose ici pleinement. Une relation amoureuse brève qui se noue et se dénoue est d'ordinaire une suite d'émotions joyeuses et de contrariétés qui ne sauraient aboutir à la mort que si elles sont conduites d'une certaine façon. Pour Galois, on en est réduit à des conjectures. Il se sentait membre du mouvement républicain et entendait se comporter de façon exemplaire eu égard à ces critères. Dupuy écrit « rien n'était plus fréquent alors, que les duels chez les républicains, les patriotes : ils se piquaient de gentilhommerie en tout, aussi bien dans leur conduite privée que dans leur conduite publique et l'une des conséquences de cet oubli complet de soi-même, qui fait leur noblesse devant l'histoire, était la facilité avec laquelle, souvent pour de très légers motifs, ils se retrouvaient sur le terrain »[6]. Selon toute vraisemblance, Galois eut un élan amoureux vers Mlle Stéphanie D. et se comporta en conquérant. Mais rapidement il eut du mal à gérer cet amour qui ne se renforçait pas et voulut s'en défaire. Il s'y prit si maladroitement que la jeune femme se trouva offensée ou prétendit l'être et que deux patriotes se sont senti le devoir de défendre la cause de cet honneur. D'après Alexandre Dumas, celui qui tira sur Galois était Pécheux d'Herbinville, un de ses proches sur le plan politique[7]. Tout porte à croire que l'amour s'est tari sans être consommé et que Galois fut déçu de son propre comportement affectif. Il en déduisit immédiatement une loi supérieure et absolue : il n'était pas fait pour l'amour. Il écrit quelques jours avant le duel « Comment se consoler d'avoir épuisé en un mois la plus belle source de bonheur qui soit dans l'homme, de l'avoir épuisée sans bonheur, sans espoir, sûr qu'on est de l'avoir mis à sec pour la vie ? » puis « C'est dans un misérable cancan que s'éteint ma vie. Oh! pourquoi mourir pour si peu de choses. [...] Je prends le ciel à témoin que c'est contraint et forcé que j'ai cédé à une provocation. [...] Mais mes adversaires m'avaient sommé sur l'honneur de ne prévenir aucun patriote. Votre tâche est bien simple [...] dire si je suis capable de mentir, de mentir même pour un si petit objet que celui dont il s'agissait ». C'est presque un suicide que de se mettre dans une configuration de contraintes morales où affronter la mort est la seule issue pour faire la preuve qu'on dit la vérité. Quelle fin dérisoire que d'être tué par des républicains au lieu de mourir pour la République !

Dix ans après sa mort, les papiers de Galois furent confiés par Auguste Chevalier à Joseph Liouville. En septembre 1843, celui-ci fit part de leur profondeur à l'Académie, et trois ans plus tard publia dans le *Journal* dont il était directeur le plus important mémoire manuscrit de Galois. Ayant accompagné cette publication de l'avertissement qu'il allait en publier un commentaire ultérieur, tous les mathématiciens savaient que Liouville travaillait sur la théorie de Galois et attendaient cette synthèse pour investir ces nouvelles idées. Mais ce commentaire n'est jamais paru, acte manqué posthume si l'on peut dire, qui retarda notablement, d'après les historiens, la diffusion des idées de Galois[8].

Bien sûr, Galois eut aussi des succès. Il obtint le premier prix au concours général et publia son premier article en 1829 alors qu'il n'avait pas dix-huit ans, mais ce fut juste avant la mort de son père et son second échec à Polytechnique. Il fut admis à Normale mais en fut exclu peu après. Ses vrais succès sont posthumes. Son enterrement d'abord qui devint un grand événement républicain. Son œuvre ensuite qui émerveilla la postérité.

fig1

Galois was born on October 25th 1811. He has been educated by his mother until 12. He lived in the little town of Bourg-la-Reine 10 km in the south of Paris where his father was mayor.

In 1823 he leaves Bourg-la-Reine to the lycée Louis-le-Grand in Paris as boarder.

fig2

The historical period is the Restauration. The kings have come back after Napoleon. In 1824, after the death of Louis XVIII, Charles X takes the throne, he is particularly conservative.

A school report of Evariste Galois at 15 in the lycée Louis-le-Grand.

"Never he knows badly a lesson, either he didn't learn it at all or he knows it well. About his own qualities, they are quite difficult to define. He isn't nasty but rebellious, singular, talkative, he likes to tease his classmates."

2e TRIMESTRE.

Note d'étude. — Conduite fort mauvaise, caractère peu ouvert. Il vise à l'originalité. Ses moyens sont distingués, mais il ne veut pas les employer à la Rhétorique. Il ne fait absolument rien pour la classe. C'est la fureur des Mathématiques qui le domine ; aussi je pense qu'il vaudrait mieux pour lui que ses parents consentent à ce qu'il ne s'occupe que de cette étude : il perd son temps ici et n'y fait que tourmenter ses maîtres et se faire accabler de punitions. Il ne se montre pas dépourvu de sentiments religieux, sa santé paraît faible.

Rhétorique.

Note de M. Pierrot. — Travaille quelques devoirs. Du reste, causeur comme à l'ordinaire.

Note de M. Desforges. — Dissipé, causeur. A, je crois, pris à tâche de me fatiguer, et serait d'un fort mauvais exemple s'il avait quelque influence sur ses camarades.

Mathématiques préparatoires.

Note de M. Vernier. — Intelligence, progrès marqués. Pas assez de méthode.

3e TRIMESTRE.

Note d'étude. — Conduite mauvaise, caractère difficile à définir. Il vise à l'originalité. Ses moyens sont très distingués ; il aurait pu très bien faire en Rhétorique s'il avait voulu travailler, mais, dominé par sa passion des Mathématiques, il a totalement négligé tout le reste. Aussi n'a-t-il fait aucun progrès. Je ne crois pas qu'il soit dépourvu de sentiments religieux. Sa tenue à la chapelle n'est pas toujours exempte de reproches. Sa santé est bonne.

Rhétorique.

Note de M. Pierrot. — S'est assez bien conduit, mais a peu travaillé : va mieux depuis quelques jours.

Note de M. Desforges. — Paraît affecter de faire autre chose que ce qu'il faudrait faire. C'est dans cette intention sans doute qu'il bavarde si souvent. Il proteste contre le silence.

fig3

"Very bad conduct... he does absolutely nothing for the class. He is dominated by the fury of mathematics... he looses his time here.

At seventeen the gifts of Galois are eventually recognised by his professor of mathematics Mr Richard who writes:

"This pupil has a marked superiority on his classmates"

This pupil works exclusively on the highest parts of mathematics.

Galois obtained the first place at the "Concours Général" in 1829. He attempted to enter Polytechnique but failed twice.

He succeeded at Ecole Normale in February 1830, he is 18 and a half. Galois can't bear seeing the director of Ecole Normale to be Bonapartist under Napoleon, legitimist under Charles X, reformist under Louis-Philippe. He publishes open letters against the director. He is expulsed from Ecole Normale in January 1831.

The main difficulties of the young man were about his mathematical works : in June 1829 Cauchy looses the manuscript on the resolution of algebraic equations that Galois proposed to the Academy. The second manuscript given to Fourier is also lost after the death of Fourier in June 1830. In July 1831 Galois presented for the third time his ideas to the Academy. The paper is not lost but Poisson considers it incomprehensible, so that it is not registered.

Eventually, the ideas of Galois are known by the papers he wrote just before his mortal duel and the drafts found by Chevalier in his affairs.

II

Il arrive de temps à autre que les mathématiciens résolvent, sans que ce soit le but initial de leur travail, de très vieux problèmes. Les conjectures, contrairement à une idée reçue, ne sont pas des points de passage obligés de l'activité mathématique. En général, les théories fécondes produisent des résultats dans le champ qu'elles éclairent et des questions sans réponse accompagnent leur progrès comme des scories plus ou moins abondantes. Ces difficultés seront levées ultérieurement, peut-être par d'autres théories sur des objets différents. Au dix-neuvième siècle par exemple, les fonctions analytiques apportèrent de nombreux résultats en arithmétique sur la divisibilité et les nombres premiers. Plus récemment, la géométrie algébrique, fortement développée au vingtième siècle, fit tomber, grâce aux travaux d'Andrew Wiles, le grand théorème de Fermat resté 325 ans sans démonstration complète. Plus longtemps une question demeure irrésolue, plus les sentiers qui la rencontrent naturellement ont été battus et plus elle nécessite une pensée innovante. *A fortiori* lorsqu'elle n'a cessé de préoccuper de nombreux auteurs avec des réponses partielles suscitant la critique et l'émulation. Telle est la question de la résolution des équations algébriques d'où émergèrent les idées originales d'Evariste Galois.

La question qui préoccupait Galois et grâce à laquelle son nom est resté à la postérité comme un des esprits les plus novateurs du dix-neuvième siècle, apparaît sous une forme restreinte dès l'antiquité : Telle figure géométrique peut-elle être construite *avec la règle et le compas* ? Les auteurs grecs et latins attribuent en général l'origine de cette exigence à Platon. Celui-ci, d'après Plutarque, récusa la solution apportée par Archytas et Eudoxe au problème de la duplication du cube — construire un cube dont le volume est double d'un cube donné — parce qu'ils avaient utilisé des procédés mécaniques et des instruments appelés mésolabes et corrompaient ainsi la géométrie[9]. Le fait que les *Eléments* d'Euclide s'attachent exclusivement, en matière de constructions, à celles qu'on peut réaliser avec la règle et le compas, c'est-à-dire au moyen de cercles et de droites, renforça durant le moyen âge et l'époque classique le prestige de cette interrogation. La peinture allégorique retint ces deux instruments comme symboles de la géométrie. Pour les polygones réguliers, on savait depuis l'antiquité que ceux de trois, quatre et cinq côtés étaient constructibles avec ces instruments ainsi que les hexagones, octogones, etc. qui s'en déduisent immédiatement. Mais on n'avait « rien ajouté à ces découvertes depuis deux mille ans », remarque Gauss lui-même, quand, à la toute fin du dix-huitième siècle, il montre la constructibilité du polygone de dix-sept côtés.

La résolution des équations algébriques par radicaux est une question de même nature : on demande si, avec des moyens imposés, addition, multiplication, division, racine carrée, racine cubique, etc., on peut exprimer les solutions des équations algébriques à partir de leurs coefficients. Les Grecs, et les Mésopotamiens déjà, savaient résoudre l'équation du deuxième degré à l'aide des formules qu'on enseigne aujourd'hui dans les lycées et qui font intervenir une racine carrée. Mais il faut attendre la Renaissance pour que la brillante école de géomètres italiens (del Ferro, Tartaglia, Cardan, etc.)[10] invente une nouveauté surprenante : l'équation du troisième degré peut également être résolue par radicaux avec des racines carrées et des racines cubiques. Quelques décennies plus tard, au milieu du seizième siècle, c'est au tour de l'équation du quatrième degré d'être résolue par Ferrari de façon similaire. Puis, plus rien. L'équation du cinquième degré résiste durant tout le dix-septième siècle. Au dix-huitième siècle, les plus grands mathématiciens travaillent sur le sujet. On essaye aussi de résoudre des équations algébriques de degré supérieur à cinq dont la forme n'est pas générale, ce qui est possible pour certaines d'entre elles sans qu'on sache très bien lesquelles. Progressivement la situation se retourne. Avec les travaux de Vandermonde et de Lagrange, l'impossibilité de la résolution de l'équation générale du cinquième degré par radicaux devient l'hypothèse la plus vraisemblable : ces auteurs suggèrent que la difficulté vient d'une indiscernabilité des racines de l'équation avec les seuls outils d'équations auxiliaires solubles par radicaux. Si une racine satisfait une relation écrite avec ces outils, les autres la satisfont également, de sorte qu'on ne peut ainsi la caractériser donc non plus la calculer. En approfondissant ces travaux par l'étude des fonctions exprimables par radicaux Gauss démontre la solubilité des équations de la division du cercle — les fonctions trigonométriques sinus, cosinus, etc., prises pour des arguments qui sont des fractions entières de 2π peuvent s'exprimer avec des radicaux[11] — et Abel parviendra en 1826 à démontrer l'impossibilité d'une solution par radicaux de l'équation générale du cinquième degré.

Aboutissement d'une longue histoire, ce résultat n'en fut pourtant pas le point final. La véritable compréhension de la question fut apportée quelques années plus tard par Galois selon des idées qui préfiguraient les mathématiques du vingtième siècle. Sa théorie permettait de comprendre clairement les phénomènes d'indiscernabilité, non seulement pour la résolution de l'équation générale du cinquième degré par radicaux, mais aussi pour d'autres équations algébriques de forme spécifiée, au moyen d'équations auxiliaires. Grâce à elle, on retrouvait les résultats de Gauss et d'Abel, et Galois déjà avait montré son application aux équations congruences et aux fonctions elliptiques.

La personnalité très originale de Galois révèle certains traits typiques d'une forte créativité. Son œuvre est bien ténue en comparaison de celles d'un Gauss ou d'un Cauchy qui ont ouvert une multitude de voies nouvelles. Mais elle est particulière : prémonitoire par sa nature même. L'histoire des mathématiques dans la seconde moitié du dix-neuvième et au vingtième siècles abonde de travaux et de découvertes dans le langage des structures abstraites. On peut se demander ce qui se serait passé si les papiers de Galois avaient été perdus, ce qui faillit bien arriver. Raisonnablement, on peut penser que ses idées auraient été rencontrées si ce n'est par Liouville du moins par Jordan ou avec l'étude systématique des structures algébriques au vingtième siècle. La fascination qu'exerce Galois sur les mathématiciens d'aujourd'hui se situe précisément là. Il est un précurseur par une démarche authentiquement personnelle qui le rend attachant, il partage avec nous la familiarité des raisonnements abstraits et la conviction de leur puissance : *une pensée contemporaine formulée sous la Monarchie de juillet.*

En quoi consiste précisément l'apport de Galois ? Il introduit le terme de groupe mais n'est pas l'inventeur de la notion. Elle est utilisée par Lagrange, Gauss et Cauchy, ce dernier propose des notations commodes pour les éléments des groupes de substitutions[12]. Les groupes utilisés à cette époque sont des groupes finis, c'est-à-dire des structures finies munies d'une opération interne analogue à la composition d'applications inversibles comme les substitutions ou les rotations. Depuis lors, les groupes ont pris une importance considérable dans de nombreux domaines des mathématiques et de la physique[13]. Les notions nouvelles introduites par Galois (en terminologie moderne : sous-groupe distingué, groupe simple, extension algébrique d'un corps, etc.) concernent les relations des groupes entre eux et leurs liens avec d'autres entités. Il a dégagé la structure sous-jacente du problème : correspondance entre les groupes et sous-groupes liés à une équation et les corps et sur-corps de nombres algébriques engendrés par ses racines. Il est l'inventeur d'une algèbre des groupes et des corps. Là réside son audace, penser les groupes eux-mêmes et les hiérarchies de sous-groupes comme on raisonnait précédemment sur les éléments des groupes. Ses contemporains n'ont pas compris ce langage, Siméon Denis Poisson, découvreur de formules profondes et pionnier du calcul des probabilités, avoue ne pas comprendre le mémoire de Galois qu'il doit présenter à l'Académie. Jean Dieudonné écrira : « lorsqu'on lit les quelques pages où Galois expose ses idées générales sur les mathématiques, on est frappé de l'allure étrangement moderne de sa pensée. Son insistance sur le caractère conceptuel des mathématiques, son aversion pour les lourds calculs masquant les idées directrices, son souci de grouper les problèmes selon leurs affinités profondes plutôt que leur aspect superficiel, tout cela nous est maintenant familier ; il est piquant que ses mémoires si concis soient pour nous bien plus clairs que les filandreux exposés que croyaient devoir en donner ses successeurs immédiats »[14]. L'apport de Galois est tout le contraire d'une astuce fortuite, il est parfaitement conscient du registre où se situe sa créativité. Il écrit lui-même qu'il fait l'analyse de l'analyse : « sauter à pieds joints sur les calculs ; grouper les opérations, les classer suivant leur difficulté et non suivant leurs formes ; telle est, suivant moi, la mission des géomètres futurs ; telle est la voie où je suis entré dans cet ouvrage [...] Ici on fait l'analyse de l'analyse, ici les calculs les plus élevés exécutés jusqu'à présent sont considérés comme des cas particuliers, qu'il a été utile, indispensable de traiter, mais qu'il serait funeste de ne pas abandonner pour des recherches plus larges »[15]. A l'époque de Galois, l'analyse est une des branches les plus abstraites des mathématiques. Elle comprend l'étude des fonctions, le calcul différentiel et intégral, les représentations des fonctions par des séries ou comme solutions d'équations différentielles, ce qui constitue l'analyse dite transcendante parce que cela va au-delà des calculs sur les fonctions algébriques (polynômes, fractions rationnelles et radicaux). « Les longs calculs algébriques ont d'abord été peu nécessaires au progrès des mathématiques, les théorèmes fort simples gagnaient à peine à être traduits dans la langue de l'analyse. Ce n'est guère que depuis Euler que cette langue plus brève est devenue indispensable à la nouvelle extension que ce grand géomètre à donnée à la science. » écrit Galois dans la préface (décembre 1831) de son mémoire. A partir d'Euler en effet les notations de l'analyse sont voisines de celles encore en usage aujourd'hui. Au dix-huitième siècle les deux grandes figures d'Euler et de Lagrange ainsi que les Clairaut, Bernoulli, d'Alembert, MacLaurin, Laplace et Legendre perfectionnent ce langage dans le but de mener des calculs plus explicites en mécanique terrestre et céleste après les *Principia* de Newton[16]. A cette époque la notion de fonction est pensée comme expression analytique et non comme "application". Les propriétés des fonctions analytiques et les limites exactes de cette classe ne seront dégagées qu'au siècle suivant. Il en résulte des moyens de démonstration formels très puissants, notamment par le procédé qu'une fonction définie localement par une formule est considérée comme ainsi complètement déterminée même en dehors du domaine connexe où la formule est développable en série entière convergente. La moisson de formules remarquables (fonction gamma et intégrales eulériennes, fonctions dites plus tard de Bessel, fonctions sphériques, fractions continues, etc.) s'accompagne d'une brume sur la validité des méthodes qui mènent parfois à des absurdités. Aussi la généreuse profusion de la "langue d'Euler" arrive-t-elle à saturation. Ceci pousse les mathématiciens de la génération suivante à aborder les questions générales, comme celle de la convergence des séries, avec plus de rigueur. Avec Gauss et Cauchy ainsi que les autres contemporains de Galois, Fourier, Poisson, Monge, Abel, cette nouvelle exigence, au lieu de stériliser l'analyse, lui donnera des méthodes plus sûres et des fruits encore plus nombreux. « Depuis Euler les calculs sont devenus de plus en plus nécessaires, mais de plus en plus difficiles à mesure qu'ils s'appliquaient à des objets de science plus avancés, poursuit Galois. Dès le commencement de ce siècle, l'algorithme avait atteint un degré de complication tel que tout progrès était devenu impossible par ce moyen, sans l'élégance que les géomètres modernes ont su imprimer à leurs recherches, et au moyen de laquelle l'esprit saisit promptement et d'un seul coup un grand nombre d'opération. » Certaines méthodes de Bolzano à Prague ou de Cauchy à Paris sont si délicates et d'une rigueur si précautionneuse qu'elles suscitent des réactions. Certains (comme Laplace) s'empressent de vérifier leurs propres calculs, d'autres (comme Comte) croient pouvoir affirmer que la fécondité est hors de ces subtilités. Lorsque Galois présente ses travaux comme l'analyse de l'analyse, il prend donc une position extrême en faveur d'une abstraction plus grande encore. Il s'exprime ainsi :« Or je crois que les simplifications produites par l'élégance des calculs (simplifications intellectuelles s'entend, de matérielle il n'y en a pas) ont leurs limites; je crois que le moment arrivera où les transformations algébriques prévues par les spéculations des analystes ne trouveront ni le temps ni la place de se produire; à tel point qu'il faudra se contenter de les avoir prévues. Je ne veux pas dire qu'il n'y a plus rien de nouveau pour l'analyse sans ce secours : mais je crois qu'un jour sans cela tout serait épuisé. » Il ne s'agit pas à proprement parler d'un métalangage. Ce serait anachronique de voir les choses ainsi. On usait volontiers à l'époque du terme de métaphysique pour évoquer les recherches sur les bonnes façons de présenter tel ou tel domaine des mathématiques[17]; puis le préfixe *méta* a pris un sens fort au début du vingtième siècle lors des travaux des logiciens sur l'axiomatisation et le programme méta-mathématique de Hilbert. A l'époque de Galois il n'y a pas de langage mathématique formalisé et unifié, la théorie des nombres, les fonctions de variables complexes, l'algèbre linéaire, les déterminants, les séries de Fourier sont des constructions qui vont plus ou moins haut dans l'abstraction. En parlant de l'analyse de l'analyse Galois situe ses idées encore plus haut. Evidemment l'abstraction en mathématique n'est pas féconde de façon assurée. Considérer comme Bolzano des fonctions très générales, façon quelconque d'associer à un nombre un autre nombre, ne fournit pas en soi de résultats nouveaux. En mathématiques, celui qui trop embrasse n'étreint plus grand chose et l'histoire des mathématiques est un processus d'abstraction très progressif. Le talent de Cauchy avec ses intégrales dans le plan complexe, celui de Galois avec la théorie des groupes ou plus tard celui de Hilbert avec les espaces fonctionnels munis d'un produit scalaire où la géométrie euclidienne s'applique à des points qui représentent des fonctions, résident dans la construction d'abstractions utiles qui fournissent des résultats hors d'atteinte par les approches anciennes et ouvrent de nouvelles méthodes. Ce niveau de généralité utilisant la puissance de l'abstrait pour traiter de situation concrètes qui se développera considérablement au vingtième siècle avec les traités de Banach et de Bourbaki, est initié par Galois, de façon consciente, avec un jugement très sûr et étonnamment mature sur les mathématiques de son temps. Il semble porté spontanément, par un goût ardent, vers ces régions. D'où lui vient cette passion pour le dépassement conceptuel des méthodes éprouvées ?

Deux traits ressortent de la psychologie de Galois. D'abord il ne se laisse pas aimer, quel que soit l'interlocuteur, son ouverture affective n'est pas disponible. Galois aime ailleurs. Il écrit à son ami Auguste Chevalier le 25 mai 1832 : « Tu me dis que ceux qui m'aiment doivent m'aider à aplanir les difficultés que m'offre le monde. Ceux qui m'aiment sont, tu le sais, bien rares. Cela veut dire, de ta part, que tu te crois, quant à toi, obligé à faire de ton mieux pour me convertir. Mais il est de mon devoir de te prévenir, comme je l'ai fait cent fois, de la vanité de tes efforts ». Il fuit donc toute aide amicale, toute participation à la motivation de sa conduite. C'est qu'en effet, second trait corrélatif, il n'a besoin de personne pour vivifier son action, pour aiguiser par cette relation son appétit vital, il se réfère exclusivement à des liens sentimentaux sublimés, immuables, intangibles, en fonction desquels il interprète les événements du monde.

Sa production est incompréhensible aux yeux de ses contemporains. Rejeté de son vivant, phare aujourd'hui, il se situe en ce lieu précis où la nature de la connaissance scientifique nous provoque. Aussi voudrions-nous approfondir le cadre et la dynamique psychologique du chercheur en nous appuyant sur le cas de Galois, extrême et exceptionnel évidemment, mais si humain, si sincère et si prégnant qu'il est révélateur, comme limite, d'une situation dans laquelle bien des chercheurs se reconnaissent partiellement.

D'abord en ce qui concerne le rapport affectif entre le chercheur et la discipline, qui est complexe et ambigu, fait à la fois d'intimité complice et de compétition sociale avec des savants reconnus ou candidats à la notoriété. Ensuite et surtout pour tenter d'élucider l'état d'esprit qui est à la source de la connaissance neuve, c'est-à-dire le non-conformisme créateur qui, dans la science, ose poser une insatisfaction des idées actuelles et ressent comme un impératif de trouver des raisons nouvelles.

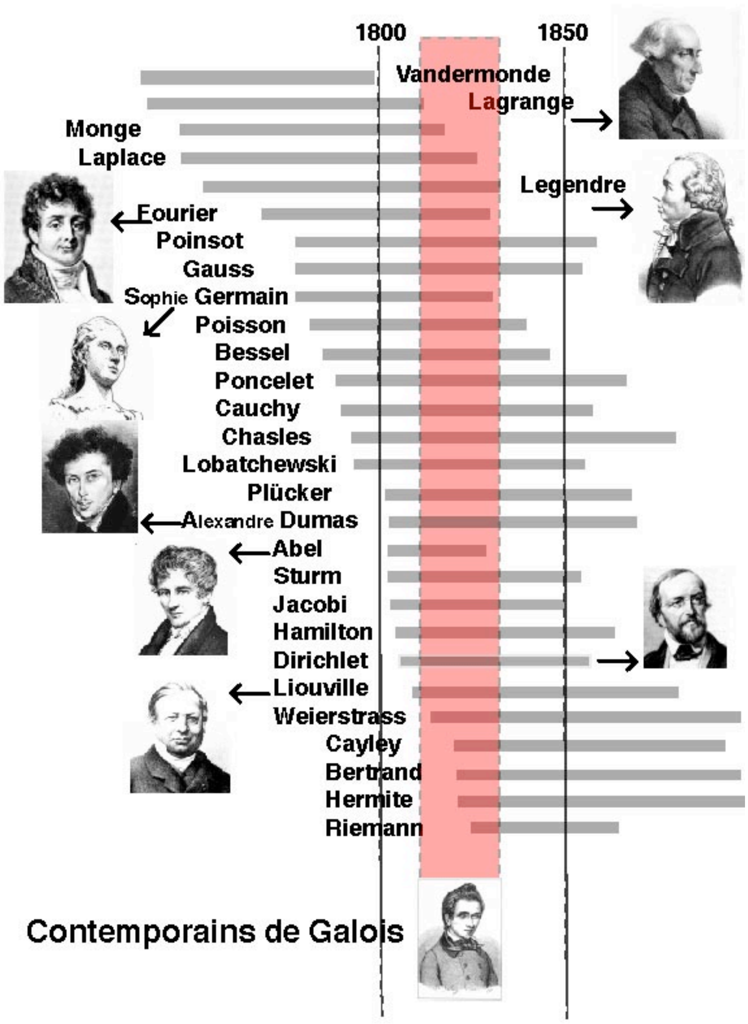

fig4

fig5

Part of the text writen the night before the duel : "to be completed. I have not the time"

III

Le chercheur est institutionnellement en situation de double contrainte, et ne sera reconnu que s'il brutalise un tant soit peu la discipline dont il souhaite recevoir des gratifications.

Dans le cas de Galois, cette échappée semble ne faire aucune difficulté, il fait "l'analyse de l'analyse". Mais son attitude est ambiguë dans ses rapports avec les représentants de la légitimité disciplinaire. Il semble vouloir et ne pas vouloir leur satisfecit, il ne fait pas ce qu'il faut pour l'obtenir et ne l'obtient pas. La double contrainte n'a pas prise sur lui parce qu'il s'est construit ses propres références morales que ses échecs ne font que conforter. Les seuls juges qu'il reconnaît, Lagrange et la postérité, sont inoffensifs, le premier parce que mort, et les autres parce que projetés dans un avenir indéfini. Pourtant l'ouverture imaginée par Galois n'est pas un échafaudage *ad hoc,* une perspective qui lui indiquerait une ligne de fuite. La théorie des groupes est induite d'une situation concrète ancienne, notoirement mal comprise, dont elle vient dénouer l'inextricable écheveau. C'est par des idées et un cheminement interprétatif que Galois procède, travail pour lequel il est particulièrement doué.

Cela pose donc la question très importante de la création interprétative en tant que source productive de science qu'il faut mener plus loin d'un point de vue psychologique. Dans l'œuvre de Freud, la démarche interprétative a, au contraire, une importance considérable, à trois niveaux.

Celui, tout d'abord, de l'interprétation des rêves dans la cure. « La technique que j'exposerai dans les pages qui suivent diffèrent de celle des Anciens par ce fait essentiel qu'elle charge du travail d'interprétation le rêveur lui-même »[18]. C'est l'énonciation par le sujet des signifiés qu'il découvre qui lui permet de s'en dégager et de remettre en mouvement des initiatives plus conscientes.

Le psychanalyste, quant à lui, tente de favoriser ce travail, par des relances et des questions. A ce second niveau, se constitue un savoir interprétatif des rêves, en évolution, auquel Freud a grandement contribué lui-même dans sa *Traumdeutung*, ses *Cinq psychanalyses*, etc. Cette connaissance s'appuie sur l'invention de concepts et de notions spécifiques (inconscient, libido, résistance, refoulement, narcissisme, Œdipe, etc.) qui perfectionnent, amendent ou dissocient des notions cliniques existantes et qui sont même, troisième niveau, structurées en une charpente métapsychologique que constituent les topiques, les types psychologiques, etc.

Dans ces deuxième et troisième niveaux, Freud emploie plus volontiers le terme d'hypothèse que celui d'interprétation pour désigner ce qui permet de comprendre les liens entre les faits affectifs vécus par le patient et ce qu'il rêve. Freud, qui est très attaché à présenter sa contribution aux savoirs des thérapeutes comme scientifique et qui vit à une époque où la science moderne des Pasteur, des Claude Bernard et des Ernst Mach, n'a pas encore été ébranlée par l'indéterminisme quantique, occulte, d'une façon, somme toute assez étonnante, le fait que son apport à la science est largement dû à sa propre créativité interprétative, particulièrement talentueuse.

Vingt ans plus tard, Lacan présente le cas "Aimée" de façon bien différente. L'époque n'est plus la même, la physique a proposé le principe d'incertitude de Heisenberg, la logique a rencontré l'indécidable et l'art, après dada et le cubisme, s'alimente du rêve, de l'incongru et du fantasme en une sorte de parodie de la psychanalyse, le surréalisme. L'indéterminisme vient brouiller le discours épistémologique classique et l'interaction entre l'expérimentateur et son expérience redonne une place effective au sujet connaissant. Une des originalités de la thèse de Lacan est l'insistance avec laquelle il présente et défend le talent d'Aimée. Il cite le roman qu'elle a écrit, elle apparaît active, vivante. L'hypothèse selon laquelle ses dons auraient pu se développer, de façon purement artistique dans l'émotion d'une névrose à demi-maîtrisée, sans ces actes paroxystiques qui lui valurent d'être internée, est laissée ouverte[19]. Notons à ce propos que Galois fut arrêté pour avoir crié "A Louis-Philippe" en brandissant un couteau, lors d'une réunion publique. Il frôla donc également un internement de longue durée qui l'aurait anéanti.

Par la suite, dans ses *Ecrits* (1966) et dans le *Séminaire,* Lacan forge une théorie plus élaborée qui dénonce tout déterminisme de la connaissance. Il critique la notion de vérité scientifique comme cause et plaide pour restaurer la place du *sujet*. Il ouvre une nouvelle image de la science comme paranoïa réussie, phrase à rapporter évidemment à l'intérêt qu'il porte à la vitalité du délire paranoïaque et à sa tendance à considérer avec bienveillance ce penchant très commun comme une composante créative de la personnalité[20]. Pour définir le savoir vrai, Lacan écarte l'absolu et l'universel du modernisme positiviste, au profit d'une acception plus proche de celle de la sociologie des sciences : une connaissance est délirante si elle est « l'expression, sous les formes du langage forgées pour les relations compréhensibles d'un groupe, de tendances concrètes dont l'insuffisant conformisme aux nécessités du groupe est méconnu par le sujet »[21]. Il situe ainsi la frontière au niveau de la lucidité du sujet quant au caractère hétérodoxe de son discours pour le groupe. La "connaissance paranoïaque", expression introduite par Lacan en 1955, est alors un témoignage, non pas désintéressé mais relevant de la dialectique de la jalousie[22] et introduisant une aptitude productrice de sens. Cela intéressera certains artistes et particulièrement Dali[23]. Alors qu'interprétation a essentiellement chez Freud le sens de déchiffrement ce qui est conforme à une conception univoque de la science, Lacan en souligne le côté productif : « on peut dire que, contrairement aux rêves qui doivent être interprétés, le délire est par lui-même une activité interprétative de l'inconscient. Et c'est là le sens nouveau qui s'offre au terme de délire d'interprétation »[24]. Cette idée recevra toute sa force épistémologique durant le séminaire de l'Ecole Normale : « La psychanalyse – je l'ai dit, je l'ai répété tout récemment – n'est pas une science. Elle n'a pas son statut de science et elle ne peut que l'attendre, l'espérer. Mais c'est un délire dont on attend qu'il porte science […] c'est un délire scientifique »[25] et il formule cet énoncé-clé, *le savoir, ça s'invente*, qui est à la fois un manifeste et une invitation à repenser l'épistémologie[26]. Cela veut dire que la connaissance se jardine toujours dans le terreau de l'inconscient et que la validité scientifique du savoir n'éclaire en rien la raison ou la déraison de l'auteur.

A cet égard, Galois est exactement à l'entre-deux d'un discours qui espère un satisfecit de ses contemporains par des textes qui leur restent néanmoins incompréhensibles, et d'une connaissance vraie recherchant consciemment l'attention plus approfondie que la postérité pourra lui accorder. Galois aurait fort bien pu se tromper dans ses mathématiques. Alors c'eût été l'échec sur toute la ligne, et son idéal ne se serait appuyé que sur un délire. Or ses démonstrations ne sont le plus souvent qu'esquissées et il eût suffit qu'un lemme fût erroné pour que tout s'écroulât. C'était tout à fait possible, surtout en ce qui concerne ces notions encore mal maîtrisées relatives aux nombres algébriques. Quinze ans après sa mort, une fort belle démonstration du grand théorème de Fermat fut publiée par Lamé (1847) utilisant les nombres complexes et les racines n-ièmes de l'unité. Si belle que certains ont pensé qu'elle était celle que Fermat avait en tête lorsqu'il écrivit dans la marge du traité de Diophante qu'il n'avait pas assez de place pour retranscrire sa preuve. La démonstration de Lamé utilisait comme évidente l'unicité de la décomposition en facteurs premiers dans les anneaux de nombres algébriques. Ce n'est que plus tard qu'on se rendit compte que cette propriété n'avait pas toujours lieu et qu'elle était fausse pour les racines n-ièmes de l'unité[27].

Qu'une pensée soit cohérente ne suffit pas à établir qu'elle est vraie. Sous l'angle de la créativité, le "déblocage" paranoïaque, pour reprendre les termes de Lacan, a cette particularité de faire bon ménage avec la logique. Celle-ci ne fait pas obstacle au délire. Elle est de son côté, d'autant plus efficace, comme toujours, que la sémantique est forte. La syntaxe est bonne servante du récit interprétatif. L'enquêteur qui échafaude une théorie sur des indices, articulant méticuleusement les déductions à partir des alibis, des empreintes, et des heures d'allers et venues, construisant grâce à ses dons psychologiques une interprétation des mobiles du ou des suspects, élabore un discours logique irréprochable, susceptible d'impressionner un amateur — tel le docteur Watson — mais ne saisit pour autant qu'une lecture des faits. La longue histoire des erreurs judiciaires montre combien une interprétation se renforce d'elle-même, en particulier par le terrible jeu des interrogations qu'elle suscite. Les coïncidences ne peuvent plus être fortuites dès lors qu'une théorie les explique. Aussi la créativité paranoïaque porte un plein questionnement sur la science : « I was led to consider the mechanism of paranoïac alienation of the ego as one of the precondition of human knowledge » écrit Lacan en 1951[28]. Plusieurs auteurs signalent un phénomène similaire durant la cure psychanalytique, la règle du tout dire induisant une sorte de paranoïa artificielle, au cours de laquelle le patient est parfois illuminé et dans l'angoisse d'une preuve à apporter. Une telle paranoïa artificielle se produit aussi dans le travail maïeutique de la recherche scientifique, particulièrement en mathématiques. La fréquence du penchant paranoïaque chez les grands mathématiciens, bien connue dans le milieu quoique difficile à valider, conforte cette hypothèse. Cependant tout mathématicien est plongé de temps à autre dans l'angoisse de juguler ses illuminations. En mathématiques, l'illumination est en quête ou de preuve ou de réfutation. Ce travail vers la preuve et vers la réfutation, lorsqu'il échoue, laboure profondément la matière mathématique et donne à une autre illumination attendue une urgence tragique en même temps qu'une portée plus grande. La combinatoire des objets et des relations a noué un écheveau plus vaste, des enjeux plus considérables aussi. L'immensité des conséquences est source d'une profonde angoisse : évincer les pairs c'est tuer le père, se placer en position de meneur au péril d'un combat dont on n'a pas tous les éléments. Mais c'est aussi le plaisir de se mettre sur les rangs de cette confrontation constitutive de l'estime de soi. En préserver la perspective, la dessiner plus loin vers ses points de fuite, sans encore engager la lutte, telle est la folie naturelle et courante du chercheur. Toutes ces idées ni réfutées ni prouvées, interprétations de situations mathématiques sur le mode de l'éventuel sont le délire de chaque mathématicien, vérité à laquelle il s'accroche, qu'il peut exposer avec passion à quelqu'un de confiance. C'est ce savoir qui lui donne l'énergie, la libido, de poursuivre sa vie de mathématicien, son investigation où peut-être les ingrédients d'une preuve se formeront à moins que d'autres illuminations surgissent avec leur cortège d'enjeux radieux et d'angoisses.

En matière d'interprétation dans la création scientifique ou artistique, la force tonitruante du terme "paranoïa" crée une difficulté de langage. Ce serait une erreur de pointer Galois comme paranoïaque. On peut dire que la science comme logomachie est paranoïaque, que tout scientifique a un penchant paranoïaque plus ou moins accusé, mais c'est bien parce que Galois est sain d'esprit et qu'il porte des jugements très sages, profonds et matures sur les mathématiques de son temps, que sa créativité nous provoque. Je voudrais au contraire saisir cette occasion pour estomper les contours de ce vocable grâce au fait que la mathématique est une activité honorable et utile.

Comme plusieurs auteurs, je parlerai de paranoïa en tant que penchant universel du système psychique qui s'amplifie quand les projections positives vers les autres diminuent. Elle peut nous entraîner lorsque le moi, gestionnaire des relations avec le monde, se recroqueville, s'étiole, à la suite de circonstances douloureuses. Face à d'autres réactions dépressives, elle est une quête d'interprétation conceptuelle des souffrances affectives. Elle est aussi une fuite vers une vérité abstraite, les difficultés les plus fortuites s'interprétant à l'aune de la sphère des généralités érigées en système. Au demeurant, ce besoin d'interprétation est un moteur, et la paranoïa se trouve ainsi au cœur d'une réflexion sur la psychologie de l'invention.

Sérieux et Capgras, dans leur ouvrage de référence *Les folies raisonnantes, le délire d'interprétation*[29] constatent que « le mécanisme de l'interprétation délirante […] ne diffère en rien de ce que l'on observe à l'état normal ». Ils considèrent, avec Meynert, que « chez tout individu, l'idée délirante existe à l'état d'élément inconscient, réduite au silence par le fonctionnement normal des facultés ». Par ailleurs, lorsqu'elles se développent les pathologies paraphréniques ou paranoïaques[30] ont la particularité de ne pas altérer le fonctionnement lucide de la plupart des facultés de jugement. « On sait que l'éclosion d'un délire d'interprétation, même très actif, n'est nullement incompatible avec l'existence des plus brillantes qualités intellectuelles. Raison et délire marchent ici de pair, génie et folie peuvent même s'associer. »[31] Certains auteurs décèlent toutefois une différence de nature à laquelle Sérieux et Capgras dans leur souci de rationalité semblent souscrire : « Le mécanisme de la production des idées délirantes, dit Cotard, ne diffère pas foncièrement du mode habituel de formation des opinions erronées. Dans ces deux cas, la conviction pénètre non par l'entendement mais par le sentiment […] L'existence de convictions erronées, d'idées délirantes est donc la marque de la prépondérance du sentiment et de la faiblesse relative de l'intelligence. »[32]

Les mathématiques démentent nettement une telle assertion. Si la séparation entre intelligence et sentiments n'est pas possible en mathématiques, une telle césure paraît encore plus douteuse en tout autre domaine. Or tout habitué des colloques et autres séminaires sait bien que les mathématiciens communiquent entre eux de manière allusive, se promènent à grandes enjambées parmi les notions et s'efforcent de transmettre leur motivation par des analogies incomplètes ou autres plaidoyers d'intérêt.

Le plus curieux, essentiel pour "faire des maths", c'est que la rigueur est ressentie même dans les développements informels. Orateur et auditeurs évoluent dans une région qui donne la sensation d'une harmonie particulière liée à des signifiés rigoureux. Un lien de nature affective engage la compréhension ; là, les mathématiques fonctionnent. En général, les auditeurs mettent à l'épreuve l'intuition partagée par des expériences de pensée rapides, des exemples simples. Dans cette région harmonieuse abonde parfois une création dénuée d'angoisse, émaillée de petites trouvailles. Les longues recherches sont autrement plus douloureuses. Est-ce une douleur de parturition ? Non, la souffrance est préalable, parce que rien ne vient. Elle est morale, faite d'espoirs inaboutis, de séduction frustrante. Combien de fois m'est-il arrivé de laisser l'ouvrage sur un indice prometteur pour pouvoir dormir. On ne peut trouver le repos que sur la voie d'une nouvelle interprétation avant qu'elle ne s'effondre. Je voudrais témoigner ici d'une expérience personnelle corroborée par d'autres mathématiciens : certaines phases de la recherche mathématique m'ont plongé dans un état d'angoisse et de fragilité affective d'une nature proche des récits de cas pathologiques de paranoïa ou de paraphrénie.

Si les mathématiciens parlent peu des ces périodes d'effondrement, c'est que les récits de trouvailles, comme tous les souvenirs, sont repérés par des chaînes d'événements heureux séparés de zones où l'on oublie même que tout s'est effacé. Le dialogue en profondeur, ravive chez certains le souvenir de crises, alors transmuées positivement. Elles deviennent un climat d'une rare intensité, indice de grandes choses : durant ces périodes, on manie des idées qui eussent forcé le respect des esprits les plus pénétrants du passé, on a quitté la bimbeloterie, on est dans les coulisses de la scène où l'histoire s'écrit, le trac en est la preuve. Les mathématiques sont capables d'exercer une superbe fascination, une séduction hautaine, en comparaison de laquelle tout le reste est futile, qui opère comme une drogue et engendre une dépendance d'autant plus forte que les grandes idées qui nous ont été léguées par les maîtres des siècles écoulés montrent que certains de ces paradis ne sont pas artificiels.

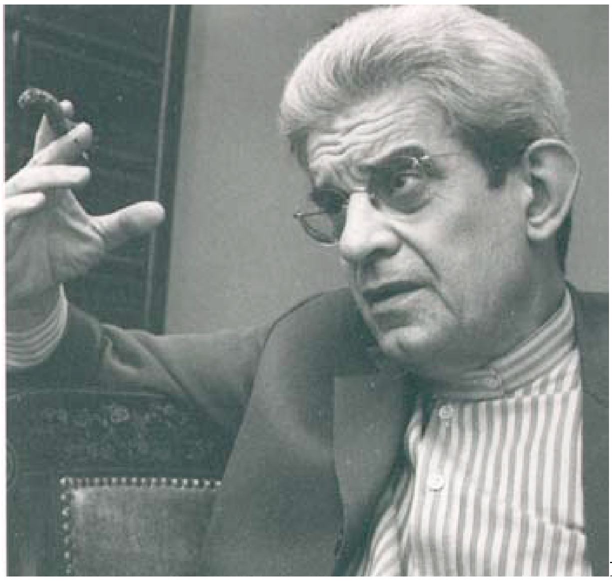
fig6

The psychoanalyst Lacan, starting in his thesis from a case of paranoia, proposed a new conception of scientific knowledge based on the interpretative ability of the subject.

The patient of Lacan was a women he calls Aimée. She has been institutionalized after she tried to kill a famous actress at the end of a theater representation.

The new conception of Lacan came from the observation that Aimée possessed an interpretative ability that gave her a real artistic creativity. She had begun a roman, and showed an interesting literary talent.

Lacan introduces the concept of "paranoiac knowledge" and emphasizes that "knowing is the result of inventing". He presents "science as a successful paranoia".

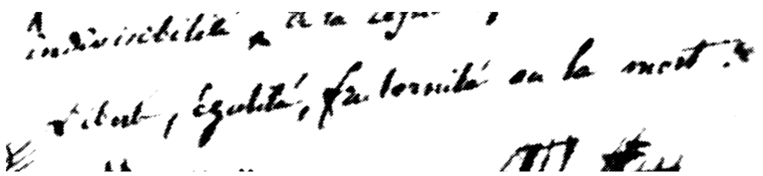
fig7

On a paper of Galois : "liberty, equality, brotherhood, or the death"

Notes

* Cet article est une version remaniée de l'étude "Une inquiétude créatrice" de mon livre *La règle, le compas et le divan*, Seuil 2002.

(1) R. Bourgne et J. P. Azra *Evariste Galois, Ecrits et Mémoires mathématiques*, Gauthier-Villars 1976.

(2) P. Dupuy, "La vie d'Evariste Galois, *Ann. Sci. de l'Ecole Normale*, 3° série, Vol 13, p197-266, 1896.

(3) P. Dupuy, op. cit.

(4) Archives du Lycée Louis-le-Grand.

(5) Dans Mes Mémoires 1830-1833 chapitre CCIV, Alexandre Dumas raconte l'affaire du banquet républicain auquel il participait lui-même et d'où il s'enfuit par une fenêtre assez piteusement, craignant les représailles au moment où Galois leva son couteau en criant A Louis-Philippe… ce que tout le monde entendit… s'il trahit ce qui resta inaudible dans le brouhaha. Puis Dumas rapporte les dialogues du procès qui suivit où Galois aurait confirmé que « la marche du gouvernement peut faire supposer que Louis-Philippe trahira un jour, s'il n'a déjà trahi ». Et après le verdict d'acquittement, Dumas se demande si les jurés tenaient Galois pour fou ou s'ils étaient de son avis.

(6) loc. cit. page 247.

(7) Dumas parle cependant de ce Pécheux d'Herbinville comme d'une tête brûlée : « ce charmant jeune homme qui faisait des cartouches en papier de soie, nouées avec des faveurs roses ».

(8) La première publication sur la théorie de Galois fut celle de l'Italien E. Betti "Sulla resoluzione delle equazioni algebriche" 1852, cf. J. Lützen Joseph Liouville 1809-1882, Master of pure and applied mathematics, Springer 1990.

(9) Plutarque, *La vie des hommes illustres, Marcellus.*

(10) Cf. A. Dahan-Dalmedico et J. Peiffer, Une histoire des Mathématiques, Le Seuil, 1986.

(11) Par exemple cos ($2\pi/17$)=

$$-\frac{1}{16}+\frac{1}{16}\sqrt{17}+\frac{1}{16}\sqrt{34-2\sqrt{17}}+\frac{1}{8}\sqrt{17+3\sqrt{17}-\sqrt{(34-2\sqrt{17})}-2\sqrt{(34+2\sqrt{17})}}\,.$$

(12) Cf. J. Dieudonné, *Pour l'honneur de l'esprit humain*, Hachette, 1987, Chapitre V.

(13) Voir H. Weyl, *Symétrie et mathématiques modernes*, (1952), Flammarion, 1984.

(14) J. Dieudonné introduction à l'ouvrage de R. Bourgne et J. P. Azra Evariste Galois, *Ecrits et mémoires mathématiques*, Gauthier-Villars, 1976.

(15) Mémoire rédigé lors de son incarcération à la prison de Sainte Pélagie.

(16) Mentionnons également Pierre Varignon (1654-1722) et Sophie Germain (1776-1831), cf. A. Dahan-Dalmedico, *Mathématisations, Augustin Cauchy et l'Ecole française*, Ed. du Choix 1992.

(17) Cf par exemple le fort intéressant ouvrage de Lazare Carnot *Réflexions sur la Métaphysique du calcul infinitésimal* 1813.

(18) S. Freud, *L'interprétation des rêves*, (1898-1929), Presses Universitaires de France 1967.

(19) Aimée avait été internée pour avoir tenté de poignarder une actrice célèbre à l'entrée des artistes d'un théâtre où elle se rendait pour jouer ce soir-là.

(20) Lacan s'exprime comme s'il regrettait de n'être pas le premier inventeur de cette formule : « Pourtant si l'on aperçoit qu'une paranoïa réussie apparaîtrait aussi bien être la clôture de la science [...] on retrouve là la même impasse apparente [...] Peut-être le point actuel où en est le drame de la psychanalyse, et la ruse qui s'y cache à se jouer de

la ruse consciente des auteurs, sont-ils ici à prendre en considération car ce n'est pas moi qui ai introduit la formule de la paranoïa réussie. » Séance d'ouverture du séminaire 1965-66 "La science et la vérité", in *Ecrits II,* Le Seuil, 1971.

(21) J. Lacan*, De la psychose paranoïaque dans ses relations avec la personnalité* (1932), Le Seuil 1975.

(22) Cf. J. Allouch, *Marguerite ou l'Aimée de Lacan*, EPEL, 1990.

(23) Cf. l'article "Interprétation paranoïaque-critique de l'image obsédante <L'angelus> de Millet" de Salvador Dali (*Le minotaure*, I, 1933) cité par J. Allouch *ibid*. p. 629 ainsi que l'article "Ducasse, Duchamp, Dali…" de R. Brossart, *Littoral* n°31-32, mars 1991.

(24) Thèse*, op. cit*. p. 293.

(25) *Séminaire* 1977, cité par J. Allouch *op. cit*. p 455.

(26) J. Allouch place en exergue de son chapitre "Marguerite sachante" ce propos de Lacan «Il a fallu Freud pour que je me la pose vraiment [cette question] c'est : qu'est-ce que c'est que le savoir ? […] J'y ai été happé parce que la patiente de ma thèse, le cas Aimée, elle savait. Simplement, elle confirme ce dont vous comprendrez que j'en sois parti, elle inventait. Bien sûr ça ne suffit pas à assurer, à confirmer que le savoir ça s'invente, parce que, comme on dit, elle débloquait. Seulement, c'est comme ça que le soupçon m'en est venu. Naturellement je ne le savais pas. » *Op. cit*.

(27) Voir W. et F. Ellison "Théorie des nombres" *in Abrégé d'histoire des mathématiques*, sous la dir. de J. Dieudonné, Hermann, 1978, tome I p. 191 *et seq.*

(28) Cf. J. Allouch *ibid*. p. 603.

(29) Alcan, Paris 1909; réédition, Laffitte reprints Marseille 1982.

(30) La nosographie désigne sous le nom de paraphrénie des délires moins systématisés et plus changeants que ceux de la paranoïa. Au début du vingtième siècle Sérieux et Capgras considèrent que ce qu'on appelle "délires systématisés" en France correspond à ce qui est groupé sous le nom de "paranoïa" à l'étranger.

(31) *Op. cit*. p. 366.

(32) *Op. cit*. p. 226.

Annexe

Préface du traité de Camille Jordan sur les Substitutions et les équations algébriques, 1870.

Le problème de la résolution algébrique des équations est l'un des premiers qui se soient imposés aux recherches des géomètres. Dès les débuts de l'Algèbre moderne, plusieurs procédés ont été mis en avant pour résoudre les équations des quatre premiers degrés : mais ces diverses méthodes, isolées les unes des autres et fondées sur des artifices de calculs, constituaient des faits plutôt qu'une théorie, jusqu'au jour où Lagrange, les soumettant à une analyse approfondie, sut démêler le fondement commun sur lequel elles reposent et les ramener à une méthode véritablement analytique, et prenant son point de départ dans la théorie des substitutions.

L'impuissance de la méthode de Lagrange, pour les équations générales d'un degré supérieur au quatrième, donnait lieu de croire à l'impossibilité de les résoudre par radicaux. Abel démontra, en effet, cette proposition fondamentale; puis, recherchant quelles étaient les équations particulières susceptibles de ce genre de résolution, il obtint une classe d'équations remarquables qui portent son nom. Il poursuivait avec ardeur ce grand travail lorsque la mort vint le frapper; les fragments qui nous restent permettent de juger de l'importance de cet édifice inachevé.

Ces beaux résultats n'étaient pourtant que le prélude d'une plus grande découverte. Il était réservé à Galois d'asseoir la théorie des équations sur sa base définitive, en montrant qu'à chaque équation correspond un groupe de substitutions, dans lequel se reflètent ses caractères essentiels, et notamment ceux qui ont trait à sa résolution par d'autres équations auxiliaires. D'après ce principe, étant donnée une équation quelconque, il suffira de connaître une de ses propriétés caractéristiques pour déterminer son groupe, d'où l'on déduira réciproquement ses autres propriétés.

De ce point de vue élevé, le problème de la résolution par radicaux, qui naguère encore semblait former l'unique objet de la théorie, n'apparaît plus que comme le premier anneau d'une longue chaîne de questions relatives aux transformations des irrationnelles et à leur classification. Galois, faisant à ce problème particulier l'application de ses méthodes générales, trouva sans difficulté la propriété caractéristique des groupes des équations résolubles par radicaux, la forme explicite de ces groupes pour les équations de degré premier, et deux théorèmes importants relatifs au cas des degrés composés. Mais, dans la précipitation de sa rédaction, il avait laissé sans démonstration suffisante plusieurs propositions fondamentales. Cette lacune ne tarda pas à être comblée par M. Betti, dans un Mémoire important, où la série complète de ces théorèmes de Galois a été pour la première fois rigoureusement établie.

L'étude de la division des fonctions transcendantes offrit à Galois une nouvelle et brillante application de sa méthode. Depuis longtemps Gauss avait démontré que les équations de la division du cercle étaient résolubles par radicaux; Abel avait établi le même résultat pour les équations de la division des fonctions elliptiques, en supposant la division des périodes effectuée; proposition que M. Hermite devait étendre aux fonctions abéliennes. Mais il restait à étudier les équations modulaires dont dépend la division des périodes. Galois déterminant son groupe, remarqua que celles de ces équations dont le degré est 6, 8 ou 12, peuvent s'abaisser d'un degré. M. Hermite, effectuant cette réduction, montra qu'il suffisait de résoudre des équations des quatre premiers degrés pour identifier la réduite obtenue dans le cas de la quintisection avec l'équation générale du cinquième degré, ce qui fournissait la solution de cette dernière par les fonctions elliptiques. M. Kronecker parvenait en même temps au même résultat par une méthode à peu près inverse, que M. Brioschi a reprise et développée dans quelques pages remarquables.

Une autre voie féconde de recherches a été ouverte aux analystes par les célèbres Mémoires de M. Hesse sur les points d'inflexion des courbes du troisième ordre. Les problèmes de la Géométrie analytique fournissent, en effet, une foule d'autres équations remarquables dont les propriétés, étudiées par les plus illustres géomètres, et principalement par MM. Cayley, Clebsch, Hesse, Kummer, Salmon, Steiner, sont aujourd'hui bien connues et permettent de leur appliquer sans difficulté les méthodes de Galois.

La théorie des substitutions, qui devient ainsi le fondement de toutes les questions relatives aux équations, n'est encore que peu avancée. Lagrange n'avait fait que l'effleurer; Cauchy l'a abordée à plusieurs reprises. MM. Bertrand, Brioschi, Hermite, Kronecker, J.-A. Serret, E. Mathieu s'en sont également occupés; mais, malgré l'importance de leurs travaux, la question était si vaste et si difficile, qu'elle reste encore presque entière. Trois notions fondamentales commencent cependant à se dégager : celle de la primitivité, qui se trouvait déjà indiquée dans les Ouvrages de Gauss et d'Abel; celle de la transitivité, qui appartient à Cauchy; enfin la distinction des groupes simples et composés. C'est encore à Galois qu'est due cette dernière notion, la plus importante des trois. [...]

Discussion

Ne croyez-vous pas que l'exemple de Galois risque de renforcer l'idée que les maths sont faites pour les surdoués et non pour l'élève de base?

Il est incontestable que les mathématiques avancent par les surdoués, comme la musique. Mais par le cas de Galois j'ai surtout voulu montrer un trait universel de notre psychologie auquel est lié le plaisir de l'activité mathématique et qu'on peut sans doute cultiver chez chacun: une sensibilité interprétative qu'il ne faudrait pas étouffer ou refouler. Cela se relie, il me semble, à la question du symbolique. Certains enseignants pensent que c'est brutaliser l'élève que de lui faire désigner des entités par des lettres et de lui apprendre à manier ces lettres au lieu des objets qu'elles représentent et qu'il faut lui épargner ce vertige autant qu'on peut. Je pense au contraire que cette difficulté pédagogique doit être abordée en elle-même, les maths sont aussi l'apprentissage d'un langage, de divers langages, les exercices de modélisation sont ici un moyen extrêmement utile.

Dans la classe de mathématiques, il est d'usage quand un élève défend une affirmation, de ne pas attacher la thèse à la personne de l'élève, mais plutôt de considérer que tout le monde est en charge de la défendre ou de la contredire, dans le cadre de la recherche d'une vérité partagée. Dans votre présentation de l'histoire de Galois, on voit au contraire comment Evariste considère ses travaux comme éminemment personnels, comme partie essentielle de sa vie. Cela questionne alors le professeur vis-à-vis de l'élève qui propose une preuve: ne faut-il pas au contraire accepter une personnalisation forte de celle-ci, quitte à trouver d'autres moyens pour permettre à l'élève de l'abandonner en cas de réfutation?

Il s'agit de la question de la gestion de l'énergie de motivation. Evariste Galois nous montre l'exemple extrême d'une confiance absolue dans ses idées, envers et contre tous, cette conviction lui donnant une fougue au delà du bienséant et du raisonnable, avec un courage et une détermination assez admirable. Dans une classe, la force d'une conviction lorsqu'elle apparaît chez tel ou tel élève, est un événement très positif sur lequel l'enseignement prend appui. Elle doit être à mon sens en permanence encouragée, et même félicitée. Les mathématiques présentées de façon apodictique et castratrice détruisent le goût du défi qui aussi ancien que les mathématiques elles-mêmes. Mais il faut être bon joueur, ce qui nécessite une éducation chez l'enfant, un climat est à créer où la rigueur doit finalement gagner sans que les tentatives soient découragées. Lakatos rend bien ce climat dans *Proofs and refutations*, et ses idées sont plus pertinentes, à mon avis, dans le champ pédagogique que sur le plan épistémologique. La personnalisation peut être poussée pour autant que l'élève est en état de défendre discursivement son point de vue, d'argumenter par déduction et par des exemples dans un langage partagé que le professeur améliore. Lorsque la conviction utilise des outils symboliques (et c'est le cas de Galois qui croit à ses entités abstraites que Poisson ne comprend pas) le travail de rendre à la rigueur ses droits est particulièrement important et formateur.

En présentant les mathématiques comme le résultat de tentatives de preuves et de réfutations il manque à la pensée de Lakatos précisément l'importance de l'interprétatif, le goût et le talent de donner du sens à des situations opaques et a priori inextricables qui se trouvent ainsi éclairées. Les groupes n'ont pas été inventés par des tentatives de preuves et de réfutation, les nombres complexes non plus, la notion de dérivée non plus, ni celle de fonction analytique, etc.

Vous faites le lien entre ce talent et la paranoia, pouvez-vous mieux définir celle-ci?

Ce serait un vaste programme. Je renvoie à mon livre *La règle, le compas et le divan* où j'analyse un peu plus la notion. Disons ici simplement que la pensée de Lacan qui souligne le caractère créatif des délires interprétatifs et soutient la thèse d'une même nature entre cette créativité et la connaissance scientifique, s'inscrit dans un courant. Une autre ligne de force en est la critique par Deleuze et Guattari de l'analyse du cas du président Schreber par Freud. Dans *L'anti-Oedipe* ceux-ci reprochent à Freud d'avoir occulté dans son étude de la paranoia du président Schreber l'étonnante imagination créative de celui-ci, présente à l'évidence dans le texte de la confession du président Schreber. Pour ces auteurs Freud est passé là à côté de l'essentiel et le souci de scientificité de Freud y serait pour quelque chose. Deleuze était particulièrement sensible à cette question et y avait été amené par sa réflexion sur le plaisir et le désir où la construction d'un décor, d'un contexte, d'une mise en scène joue un rôle central (dramatisation, machines désirantes).

Le positivisme de Comte, de Mill, de Renan, puis le néopositivisme du début du 20e siècle en voulant s'en tenir "aux faits" et effacer le phlogistique, l'éther, et autres entités dites occultes, ont coupé la connaissance d'une de ses sources fondamentales. Un auteur comme Bruno Latour en soulignant que les faits sont faits, qu'ils sont imbibés de valeurs et ne peuvent pas en être séparés (les faitiches), s'inscrit également d'une certaine façon dans ce courant.

Le constat des psychiatres Sérieux et Capgras dans leur traité de référence du début du 20e siècle sur les folies raisonnantes que la validité logique du discours ne renseigne en rien sur la santé mental du patient est évidemment porteuse d'interrogation si on ouvre le parallèle avec la science elle-même. C'est le social qui fait donc la différence d'où l'idée de Lacan de la science comme paranoia réussie.