

5 Février 200



# Risque de contrepartie sur opérations de marché

**Mohamed SELMI**



**SOCIETE  
GENERALE**

RISQ/CMC/MOD



# Plan

- 1. Introduction**
- 2. Activités de la banque et systèmes de contrôles**
- 3. Le risque de contrepartie**
  - Principe général
  - Suivi du risque de remplacement
  - Mesure de risque fractile
- 4. Exemples de calcul sur quelques transactions**
- 5. Cadre juridique et réduction du risque**
- 6. Architecture du système de risque**
- 7. Modèles de diffusion des actions et des taux d'intérêt**
- 8. Conclusion**



# Le pilotage des activités de la banque

- **Objectifs de la banque : satisfaire l'appétit de rentabilité de ses actionnaires en proposant des services financiers aux entreprises et particuliers.**
  
- **Moyens :**
  - ▶ Maximiser une fonction d'utilité fondée à la fois sur les performances et les risques pris (RAROC, EVA).
  - ▶ Constituer des fonds propres permettant de faire face à des pertes exceptionnelles
  - ▶ Réduire localement les risques en imposant des limites de trading par contrepartie (risque de crédit) ou par desk de trading (risque de marché).
  
- **Approche bottom-up : allocation itérative macro du capital selon les contraintes fixées au niveau micro.**



# Le contrôle du secteur bancaire

- **Objectif du régulateur : garantir la stabilité du système financier international dans l'occurrence de scénarios de crise.**
  
- **Moyens :**
  - ▶ Exiger la constitution de fonds propres sur la base d'un calcul réglementaire.
  - ▶ Contrainte sur un ratio de cooke (Bâle I) de McDonough (Bâle II).



# INTRODUCTION

Le risque de crédit( exposition de crédit) représente le montant de la perte que la SG peut encourir dans le cadre d'opérations qu'elle effectue avec un client/contrepartie, lorsque ce client/contrepartie est en défaut au cours de la vie de l'opération.

Trois grands types de risque de contrepartie peuvent être répertoriés:

- ✓ Exposition de crédit ou risque débiteur: risque lié à l'octroi d'un prêt.
- ✓ Exposition de règlement/livraison:risque supporté dans le cadre de l'échange simultané et non sécurisé de deux actifs (devises, titres...)
- ✓ Exposition de remplacement : risque engendré par la conclusion d'un produit dérivé( y compris opérations de prêt/emprunt de titres)



# Objectifs de RISQ/CMC/MOD

## ■ Objectifs :

- ▶ Fournir la méthodologie d'analyse et de quantification des risques de remplacement sur l'ensemble des produits dérivés traités par la SG avec des contreparties externes.
- ▶ Développer des instruments mathématiques, statistiques et informatiques nécessaires en s'assurant de leur bonne qualité et de leur adéquation aux besoins opérationnels et en assurer la mise en production.
- ▶ Travailler avec les ISP et la maîtrise d'ouvrage jusqu'à la finalisation des spécifications permettant l'intégration dans les systèmes des nouvelles fonctions de calcul de risques.
- ▶ Valider les calculs après mise en production dans les systèmes.



# Principes

- **Stricte Indépendance de la filière Risque par rapport aux hiérarchies opérationnelles**
- **Approche homogène et consolidée des risques au niveau du groupe SG**
- **Risque de Contrepartie:**
  - ▶ Tout engagement sur un client donné doit être validé par une Direction commerciale unique (« SSC » ou « PCRU »)
  - ▶ L'analyse de premier niveau des risques sur clients/opérations relève de la Direction Commerciale
  - ▶ RISQ évaluée et statue in fine
- **Comité Nouveaux Produits**
  - ▶ Validation en amont de tous les risques financiers, juridiques, opérationnels, de réputation etc..



# Suivi du risque de remplacement

- **Son objectif est de contrôler le respect des règles en vigueur par les opérateurs Front Office.**
- **En règle générale, l'exposition globale ne doit pas dépasser la limite globale.**
- **Si Exposition globale > Limite globale, il y a dépassement.**
- **Le dépassement peut être « ACTIF » ou « PASSIF »**
  - **Dépassement « PASSIF »: il est dû à l'évolution des conditions de marché sans nouvelle opération.**
  - **Dépassement « ACTIF » : résulte de la conclusion d'une nouvelle opération.**





# Mesure du risque de remplacement

*Contrairement aux autres risques de crédit, le risque de remplacement implique une exposition incertaine et un gain ou une perte en cas de défaut*

## ■ Mark to market :

- ▶ Mesure instantanée du coût de retournement de la position
- ▶ Comment prévoir le MtM au moment du défaut ?

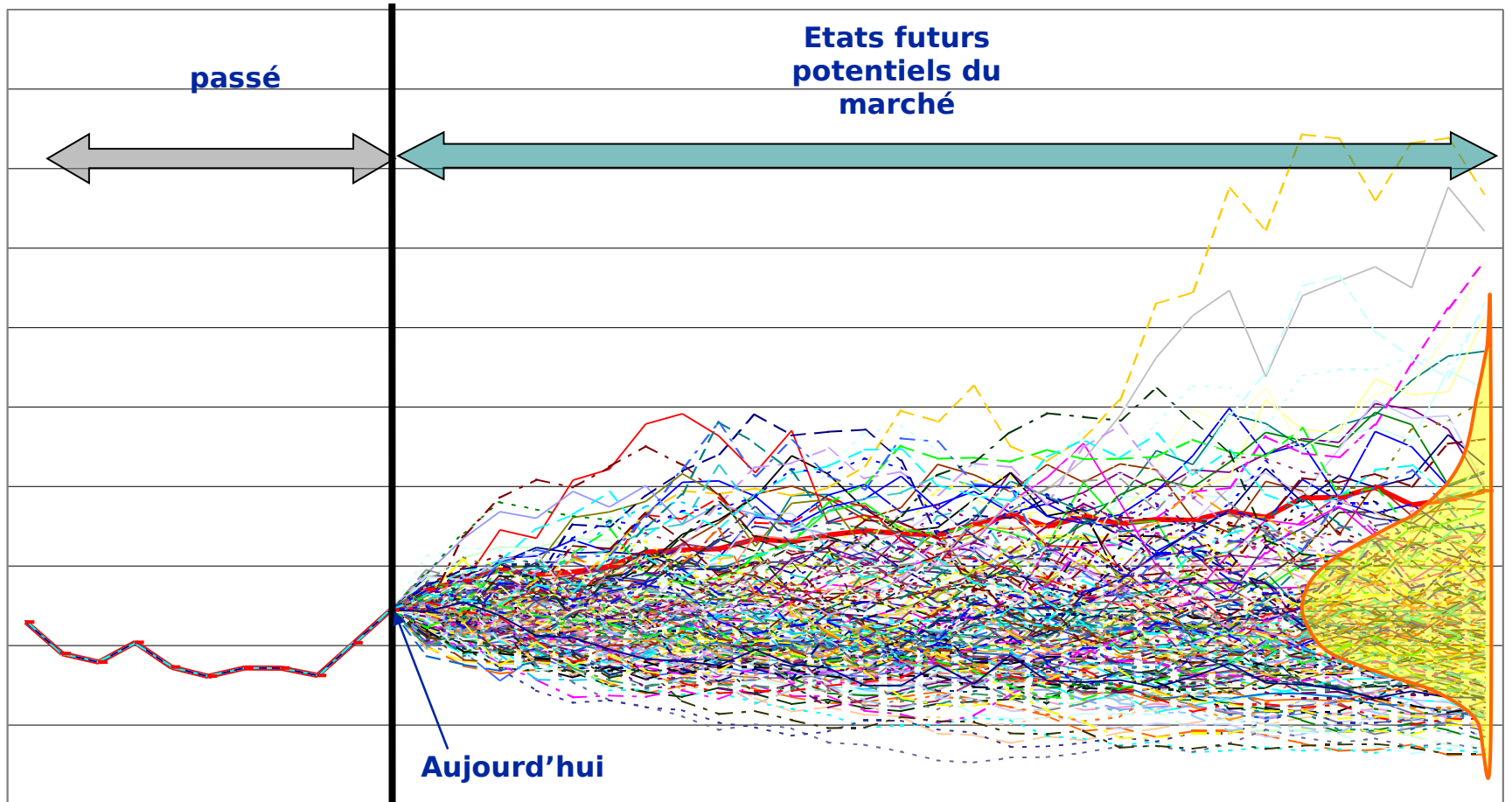
## ■ Risque courant Moyen (RCM ou CAR)

- ▶ Evaluation selon un modèle statistique de la moyenne des MtM futurs sur la durée de l'opération

## ■ Mesure en Credit Var (CVAR)

- ▶ Approche similaire mais fractile de 99%

# The Simulation Approach





# La mesure de risque fractile

- Le risque fractile d'un portefeuille pour le niveau de confiance  $\alpha$  est défini par la formule suivante :

$$CVaR_{\alpha}(\theta) = \inf \left\{ V \mid P(MtF(\theta) < V | F_t) = \alpha \right\}$$

- On note  $N$  le nombre de scénarios de simulation, et  $MtF(\theta)$  la valeur calculée du mark-to-future pour le  $i$ -ème scénario à la date  $\theta$ .



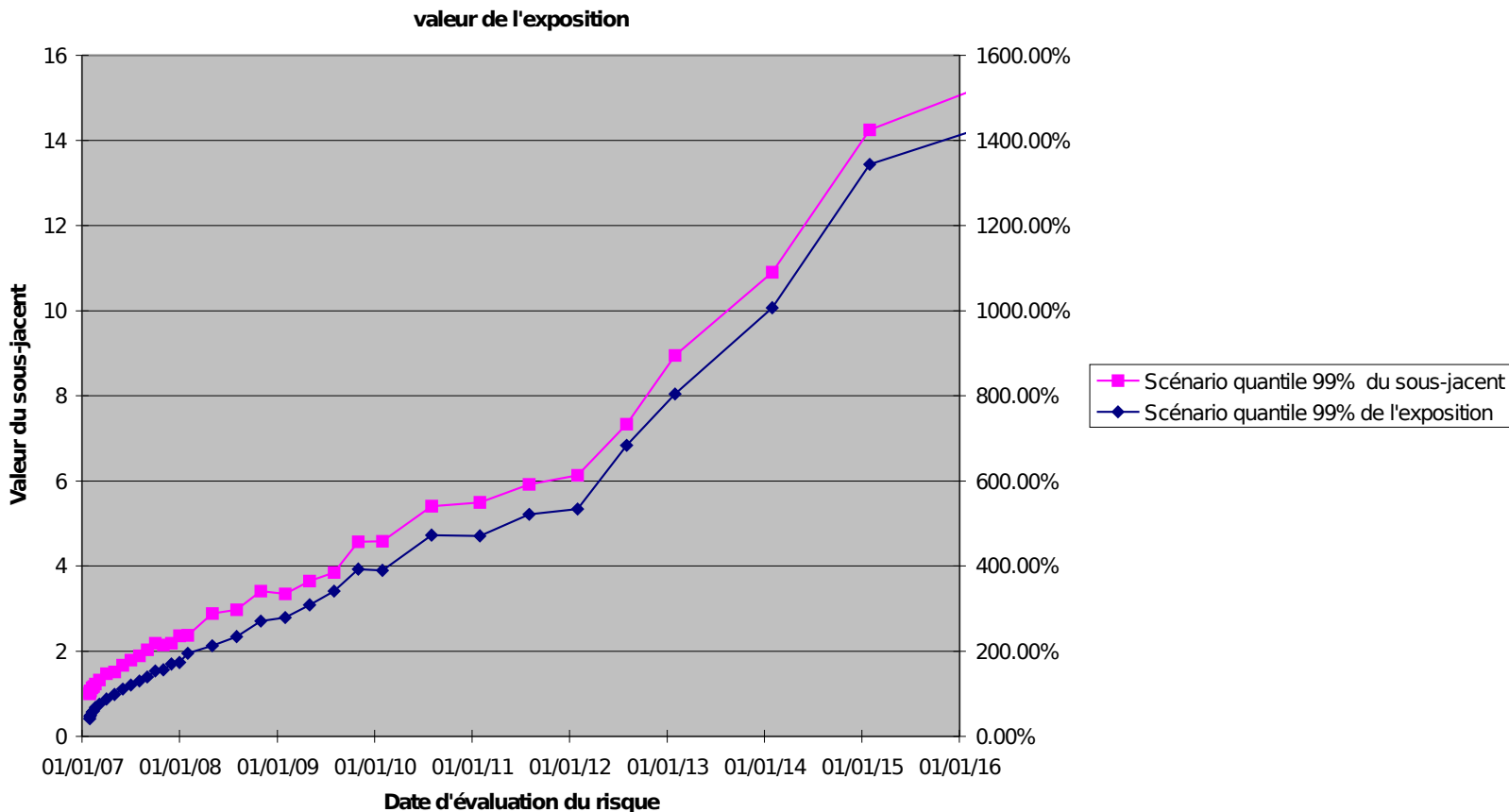
## La mesure de risque fractile

### ■ Fractile empirique :

$$f_a \left[ \left( MtF_i(t) \right)_{i \in \{1, 2, \dots, N\}} \right] = \left\{ \begin{array}{ll} \overrightarrow{MtF}_{aN}(t) & \text{si } a \in \mathbb{N} \\ \overrightarrow{MtF}_{(|aN|+1)}(t) & \text{si } a \notin \mathbb{N} \end{array} \right.$$

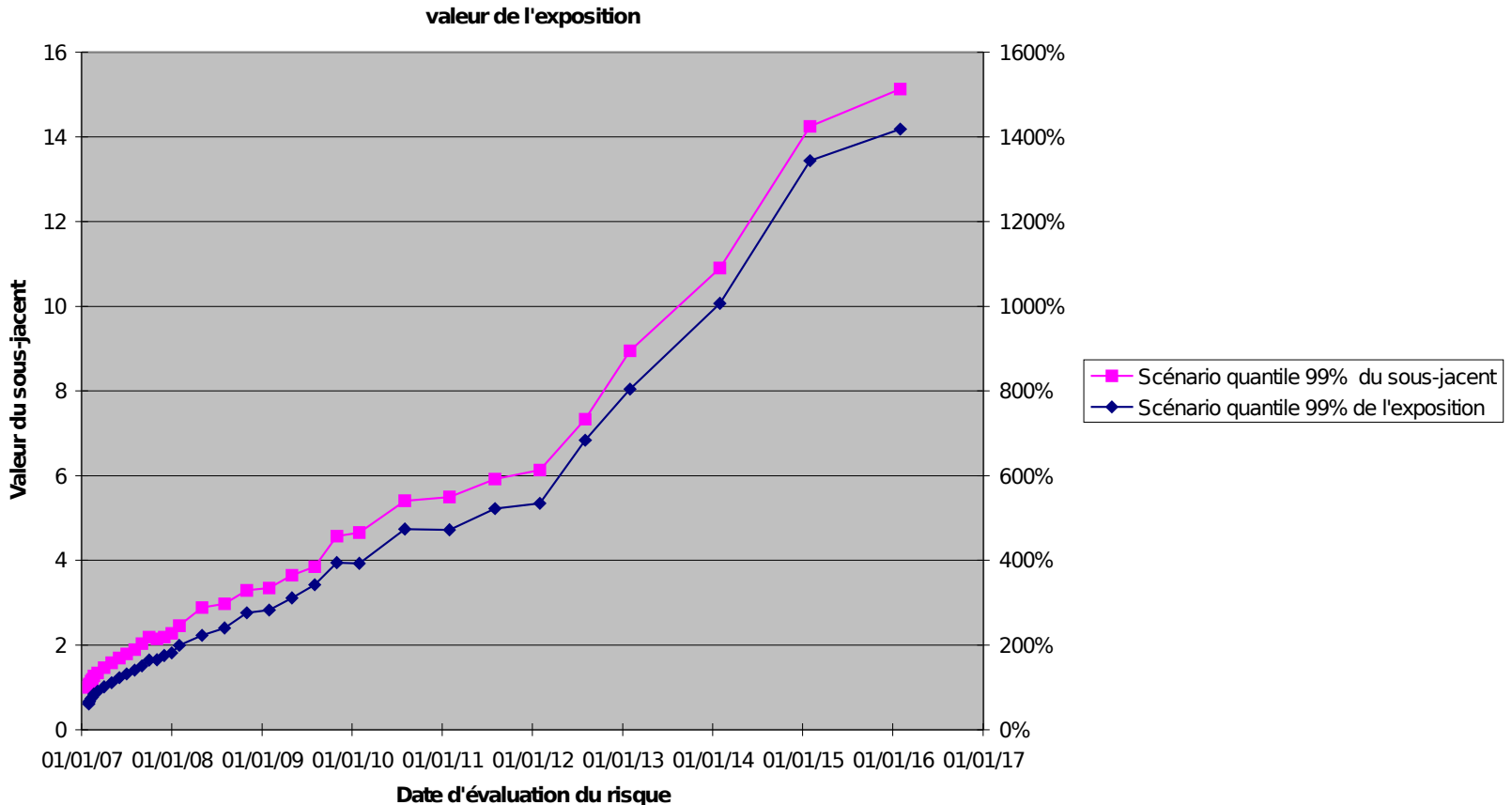
# Contrat forward sur action

Profil de la CVAR d'un Forward à la monnaie vol histo 40%



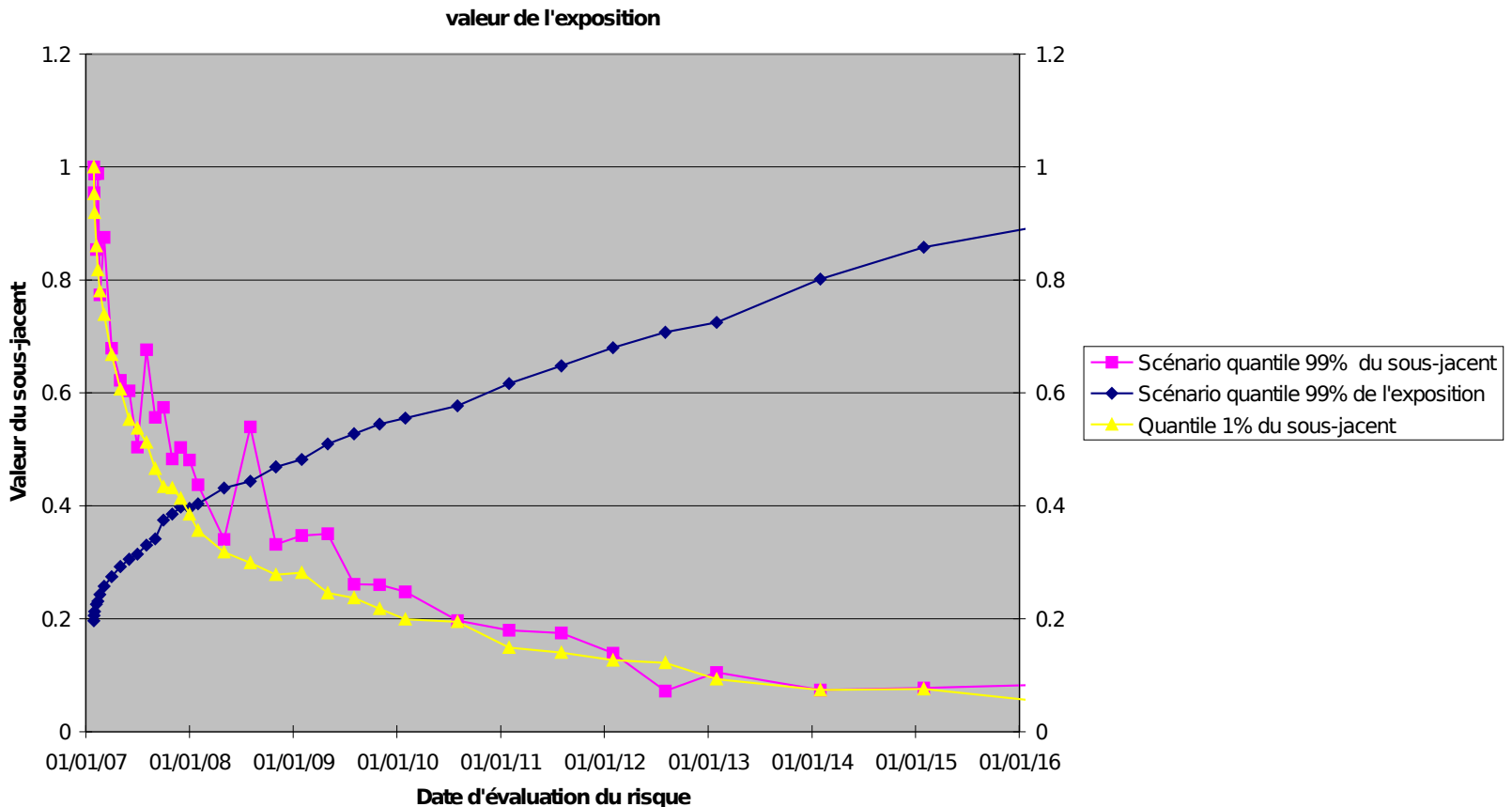
# Call Option européenne sur action

Profil de la CVAR d'un call à la monnaie vol histo 40%

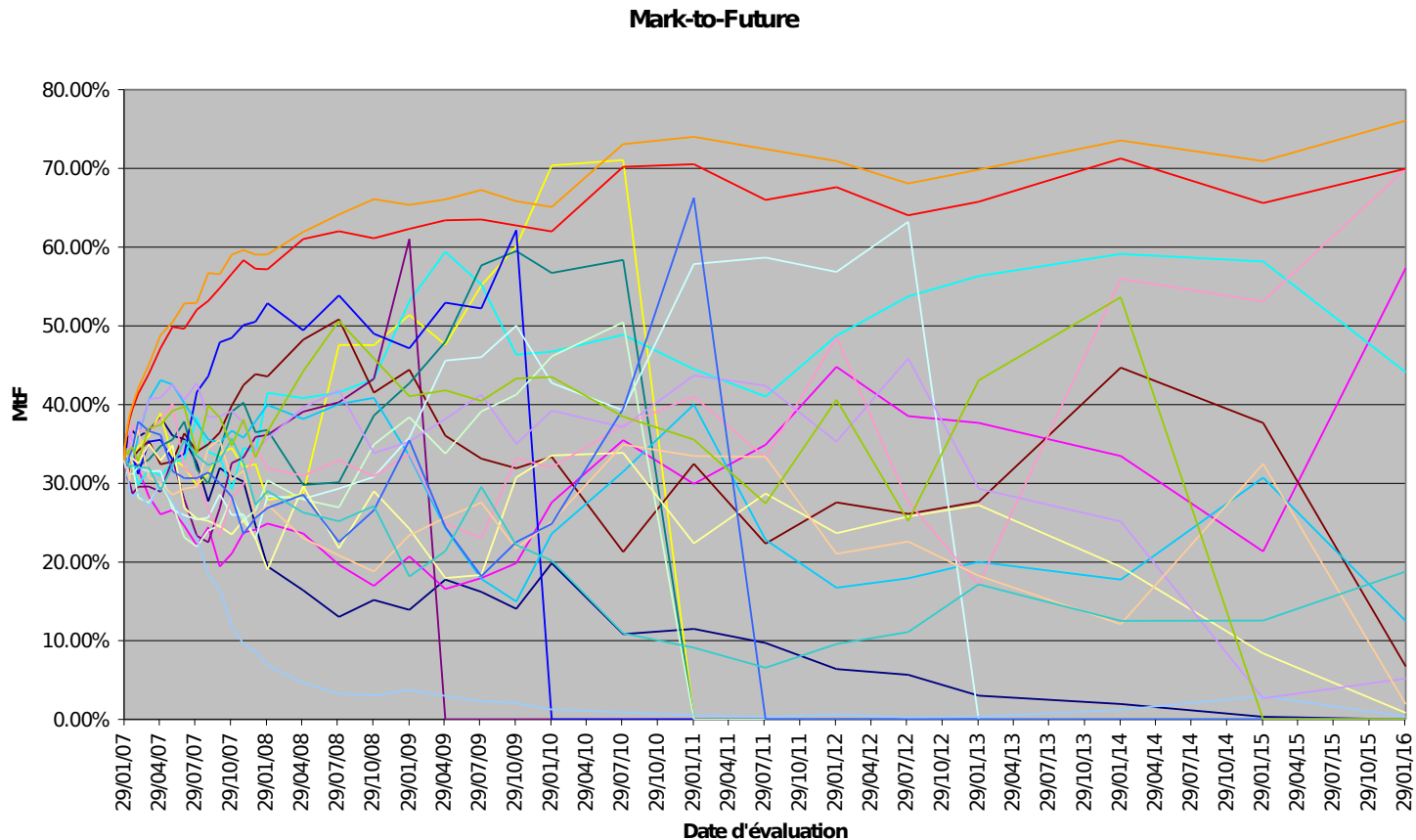


# Put Option européenne sur action

Profil de la CVAR d'un Put à la monnaie vol histo 40%



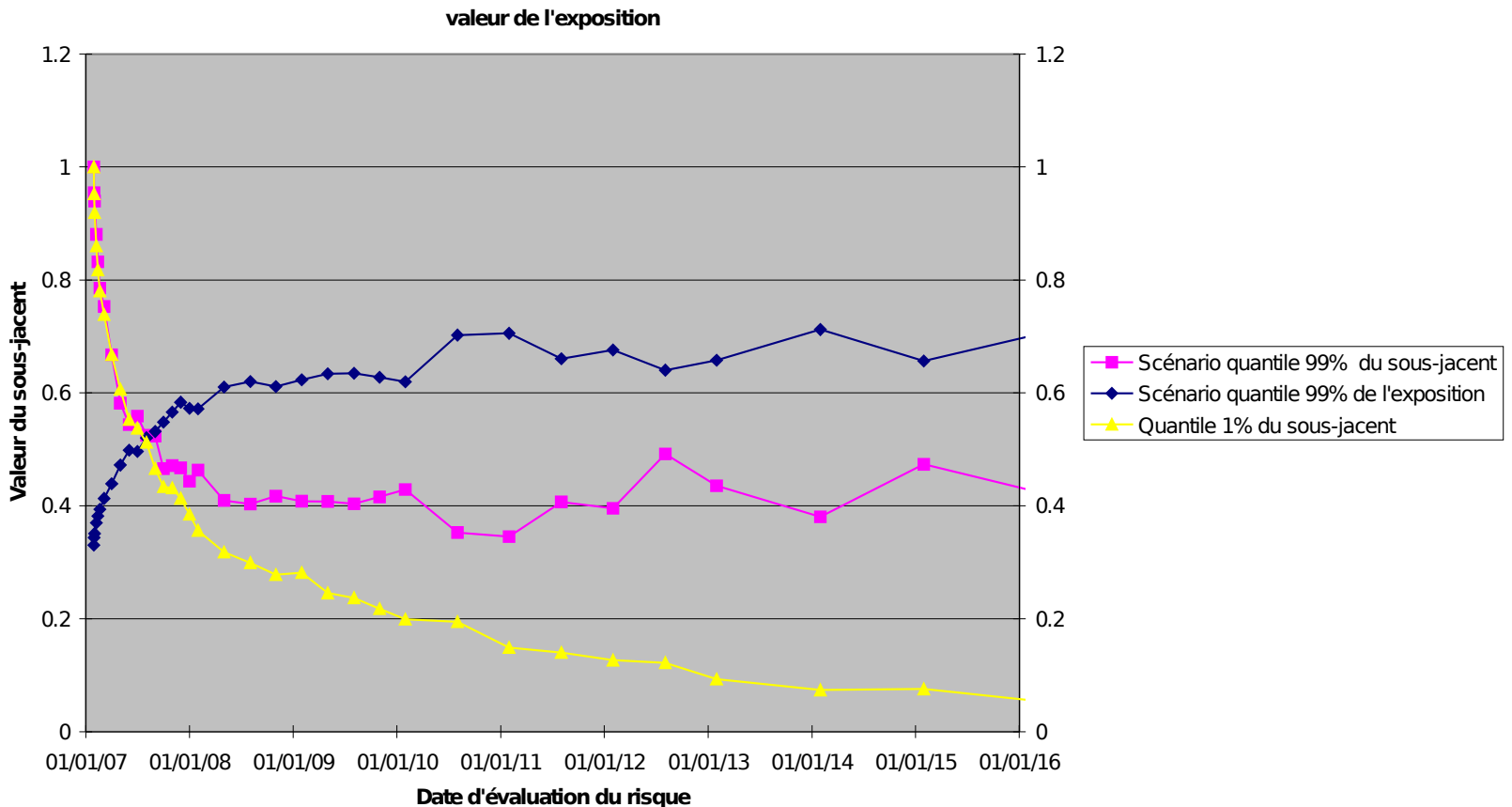
# Put Option américaine avec cost of carry sur action





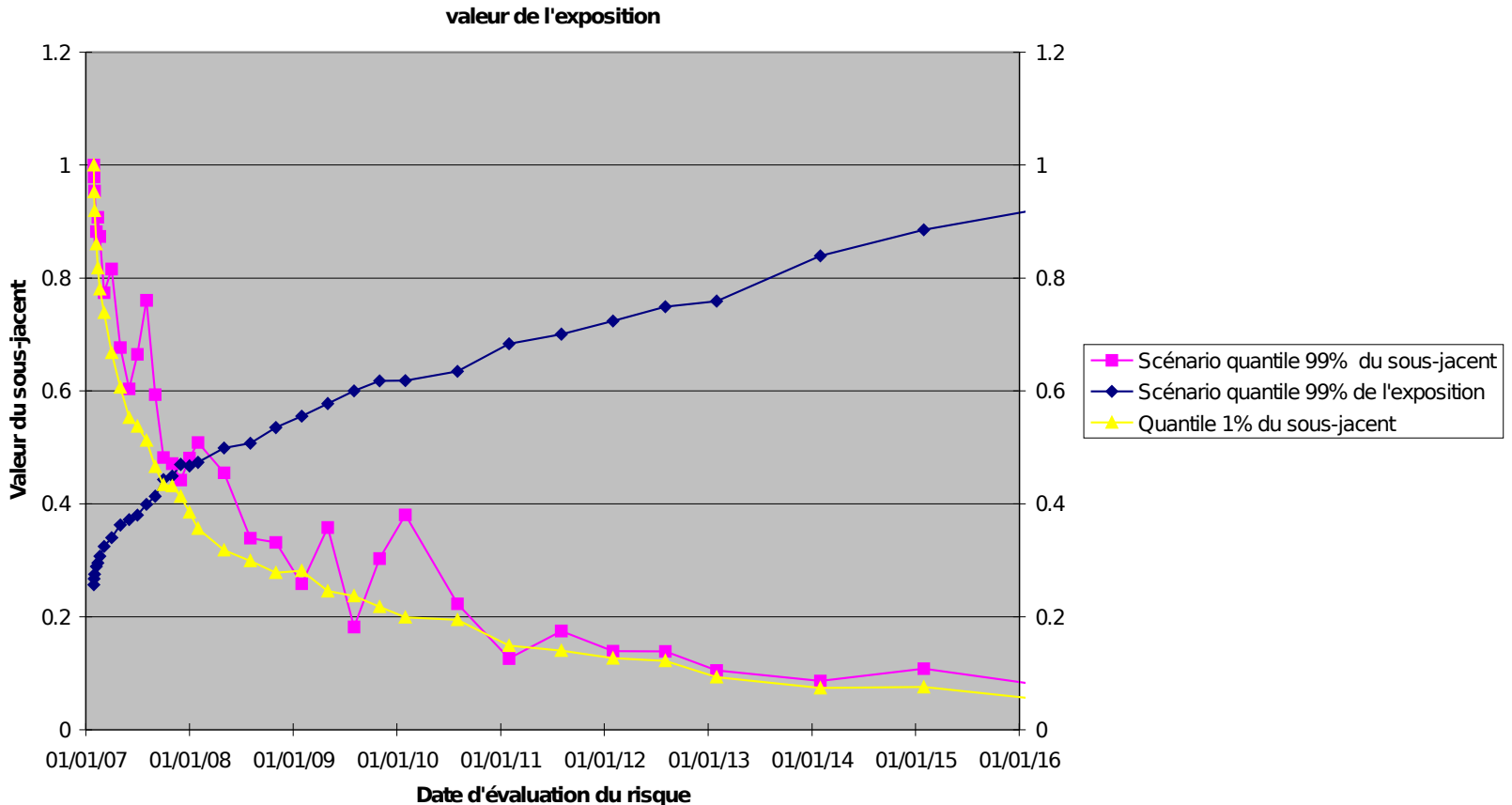
# Put Option américaine avec cost of carry sur action

Profil de la CVAR d'un Put américain à la monnaie vol histo 40% cost of carry 4%



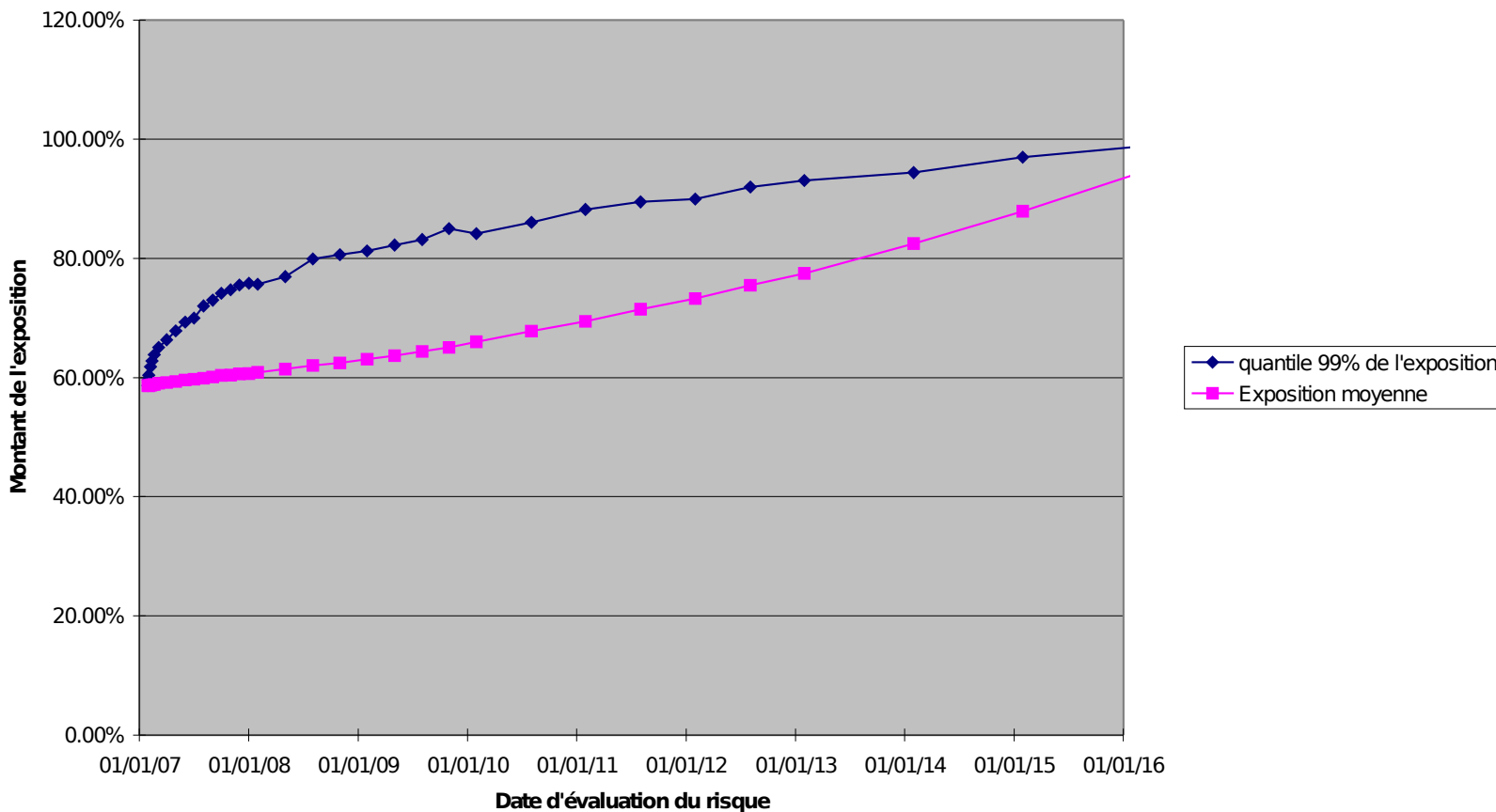
# Put Européen avec cost of carry sur action

Profil de la CVAR d'un Put à la monnaie vol histo 40% cost of carry 4%



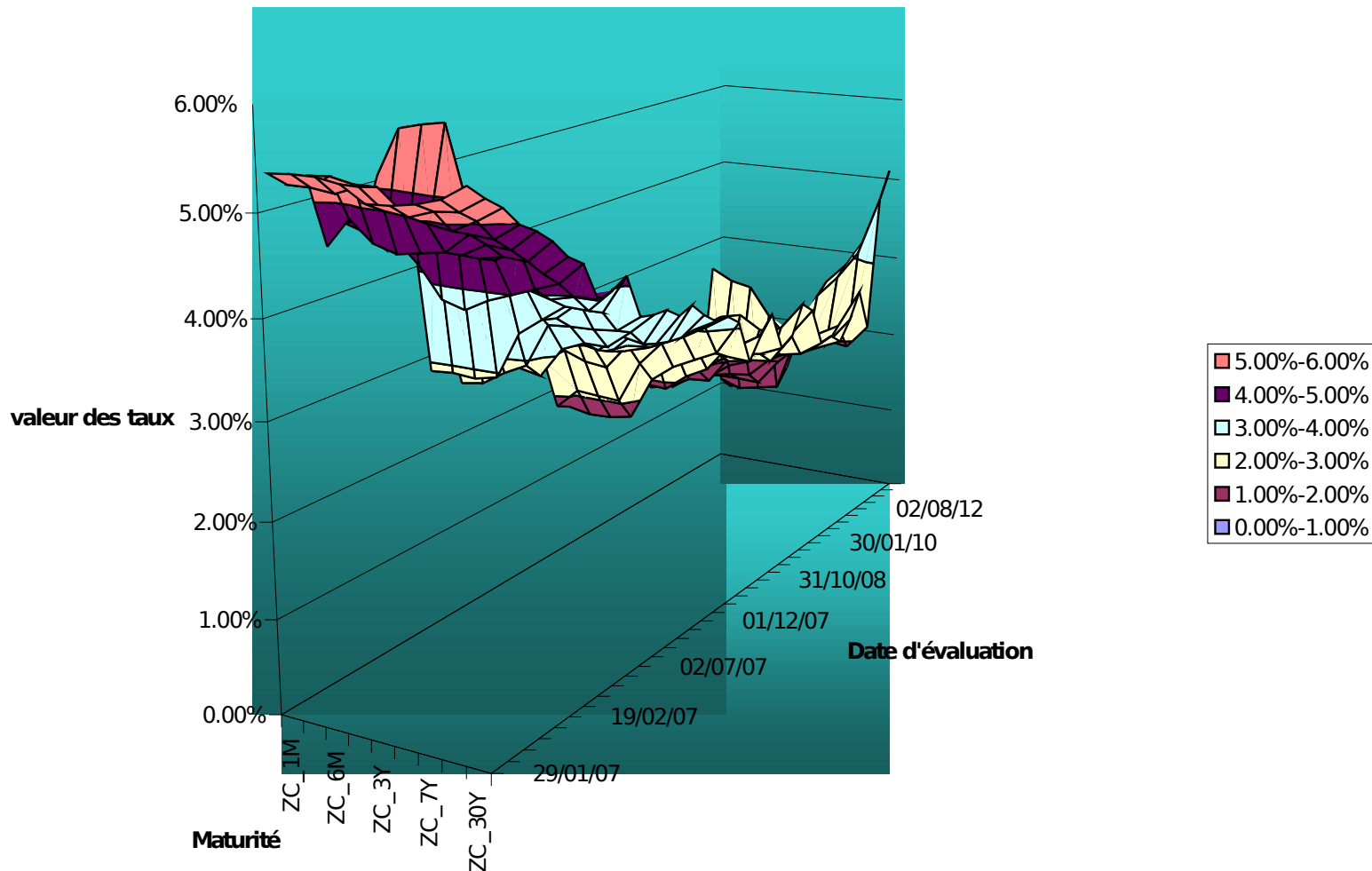
# Zero coupon fixe

Profil de la CVAR ZC USD



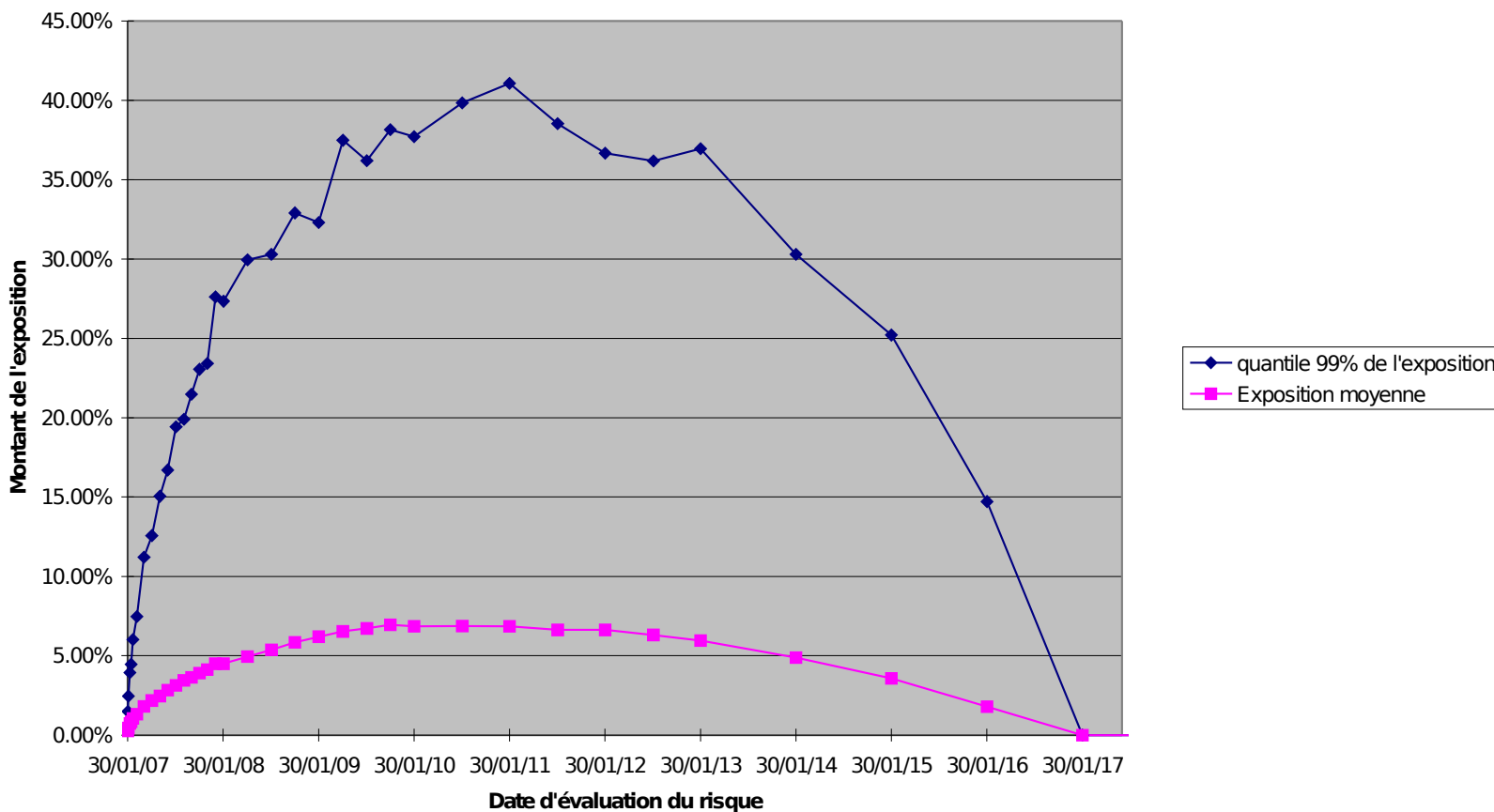
# Zero coupon fixe

Scénarios de taux produisant l'exposition quantile



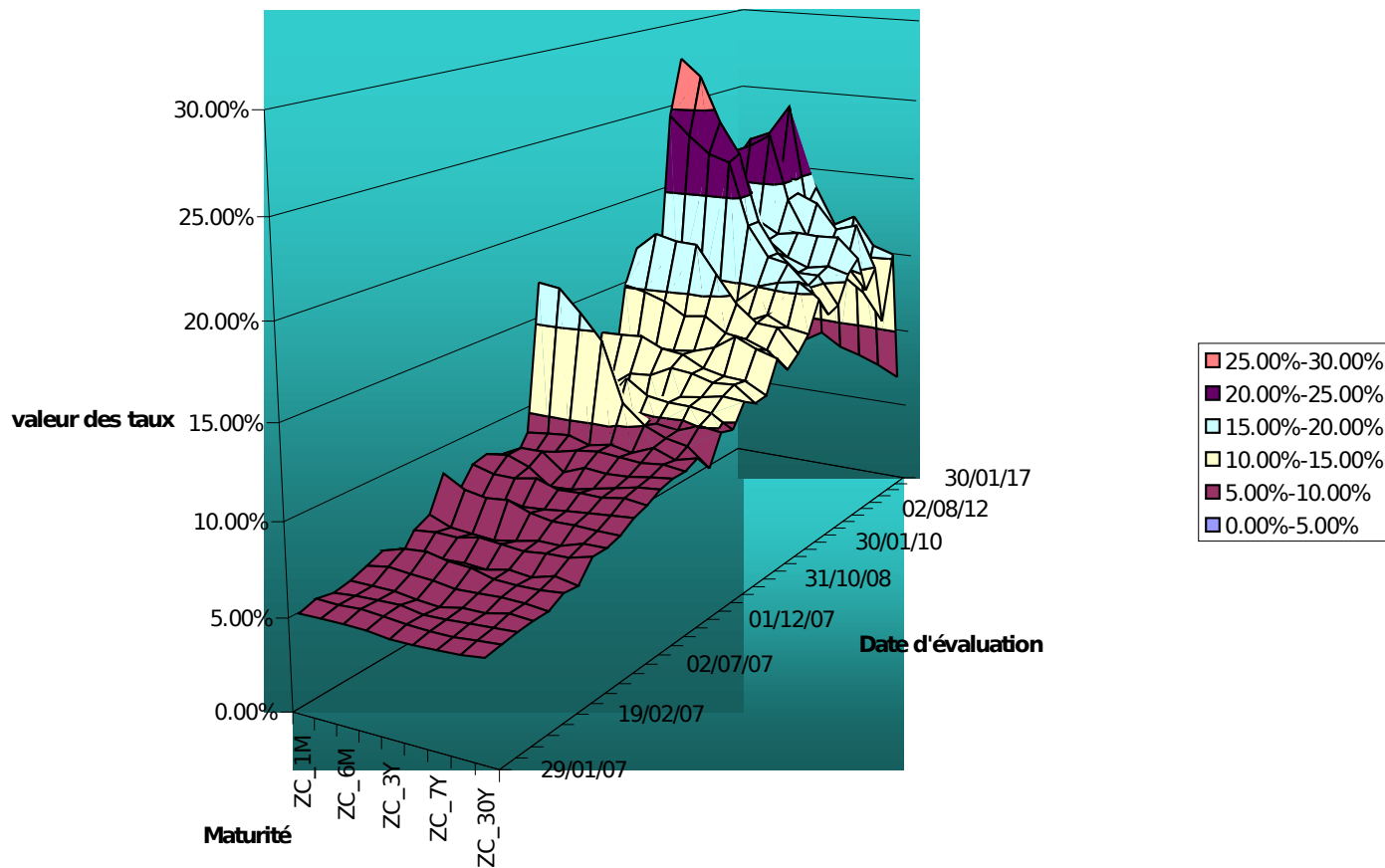
# Swap USD LIBOR 6M 10Y

Profil de la CVAR d'un swap USD/LIB 6M maturité 10Y



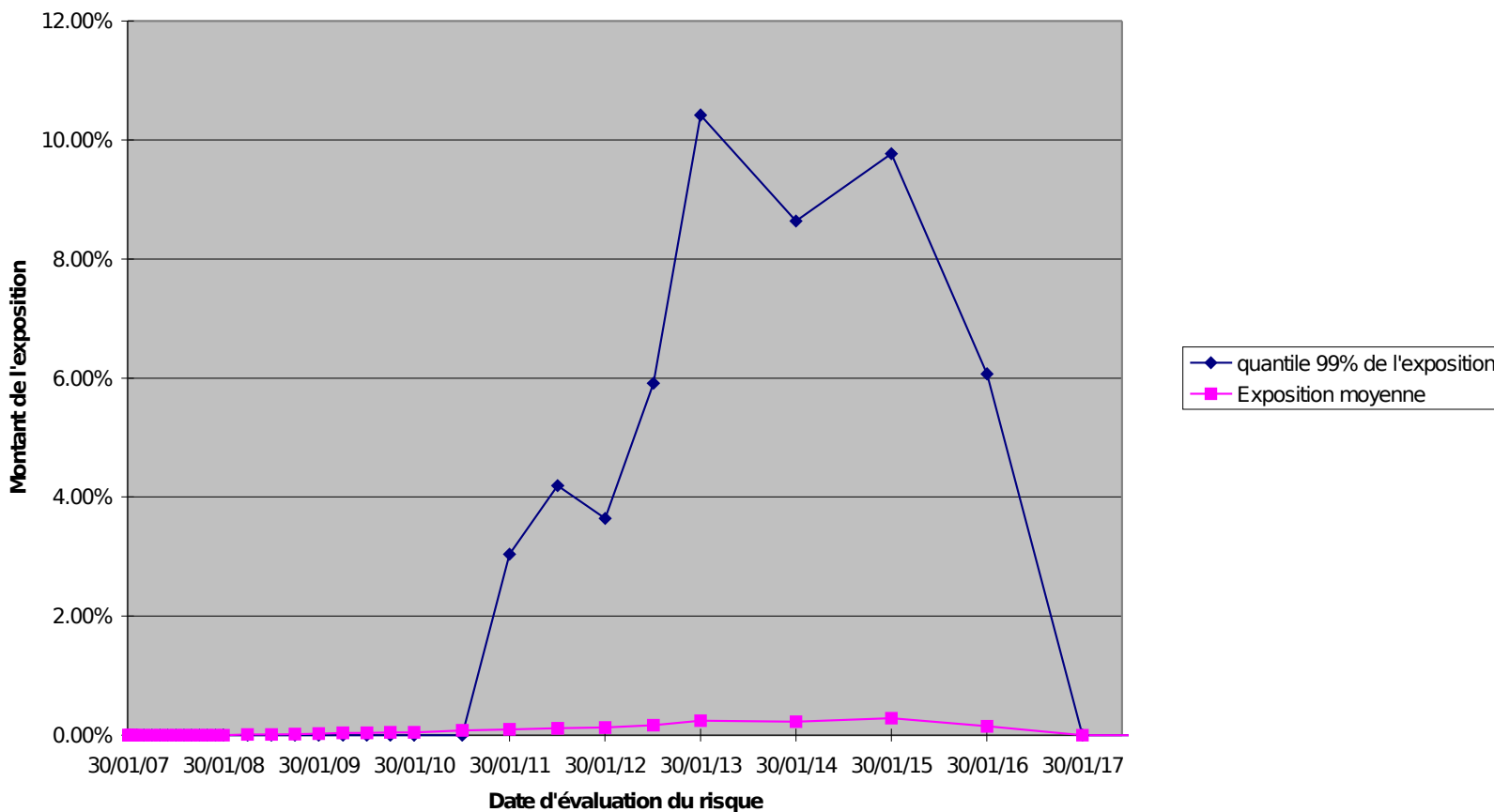
# Swap USD LIBOR 6M 10Y

Scénarios de taux produisant l'exposition quantile



# Swap USD LIBOR 6M 10Y OTM

Profil de la CVAR d'un swap USD/LIB 6M maturité 10Y





# Cadre juridique et réduction du risque

- **Appels de marge : un accord contractuel en vertu duquel une première contrepartie fournit une sûreté à une deuxième contrepartie lorsqu'une exposition de la deuxième contrepartie envers la première dépasse un certain montant (seuil de marge) et avec une constatation périodique (période de marge en risque).**
- **Transactions OTC traitées sous appels de marge :**

31/12/02	30%
31/12/04	55%





# Cadre juridique et réduction du risque

- **Contrat de collateralisation : système d'appels de marge (Credit Support Annex, CSA-ISDA)**
  - ▶ Le montant de la garantie évolue avec la valeur de liquidation du portefeuille
  - ▶ Un calcul périodique de cette valeur permet d'ajuster les dépôts en collatéral via les appels de marge.
    - Fréquence d'appels de marge (Remargin period)
    - Franchise (threshold)
    - Montant minimum de transfert (Minimum transfert amount)
    - Délai de liquidation (grace period)



# Cadre juridique et réduction du risque

## ■ **Contrat cadre ISDA : mécanisme de résiliation et de compensation (close-out netting)**

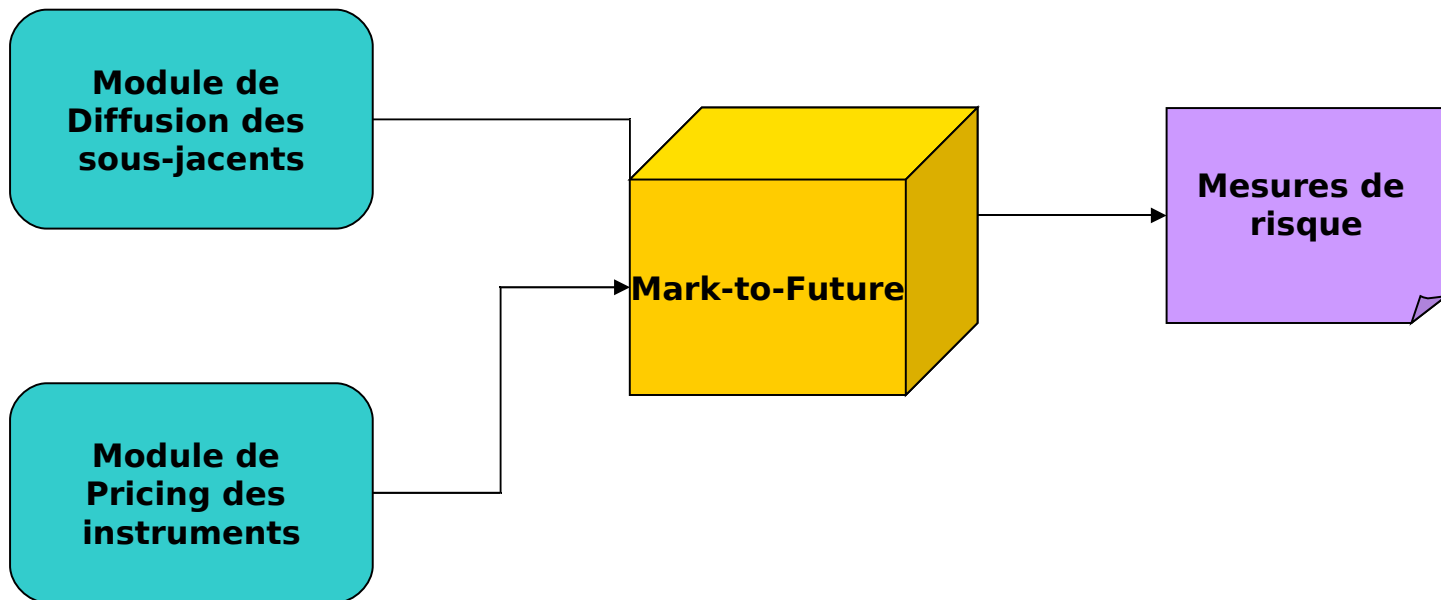
- ▶ Droit de résilier(close-out) l'ensemble des opérations régies par le contrat cadre en cas de défaut de la contrepartie.
- ▶ Droit de compenser les dettes et créances réciproques et d'établir un solde net de résiliation à recevoir ou à payer (netting).
- ▶ Permet de réduire les exigences en fonds propres.
- ▶ Permet une réduction de notre exposition au risque et permet une consommation moindre des lignes de crédit.

## ■ **Clauses de résiliation anticipée**

- ▶ Clauses de défaut (résiliation de toutes les opérations)
- ▶ Clauses de circonstances nouvelles (résiliation des opérations affectées)
- ▶ Clauses conditionnelles (ownership, downgrading, break clause ...)

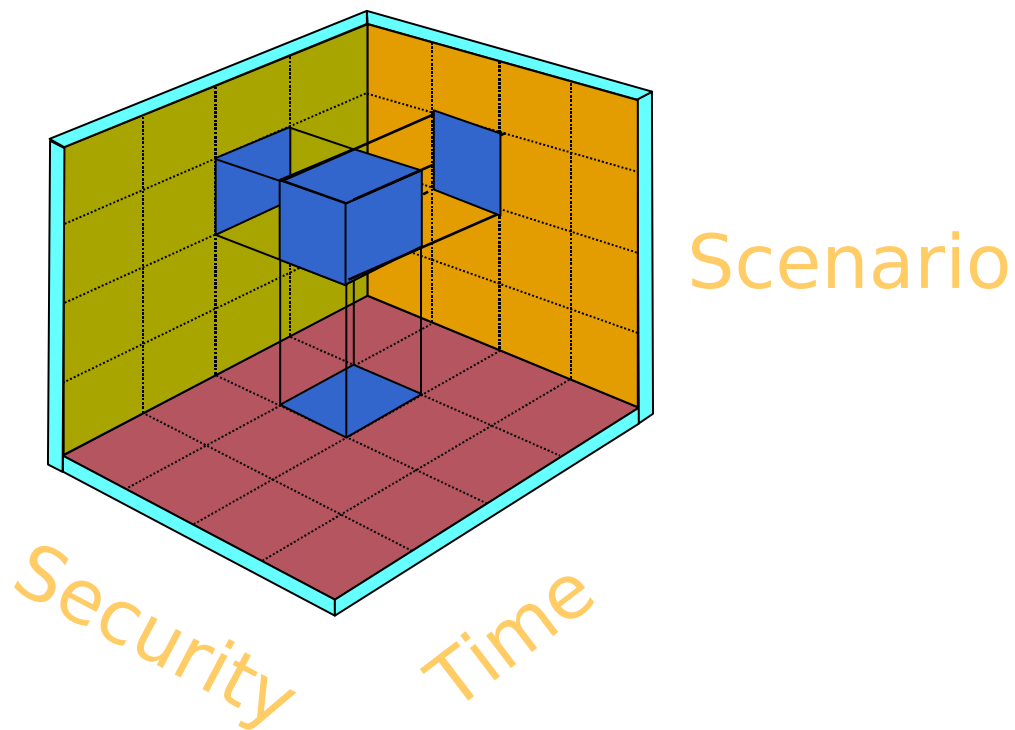


# Schéma générique de production des indicateurs de risques



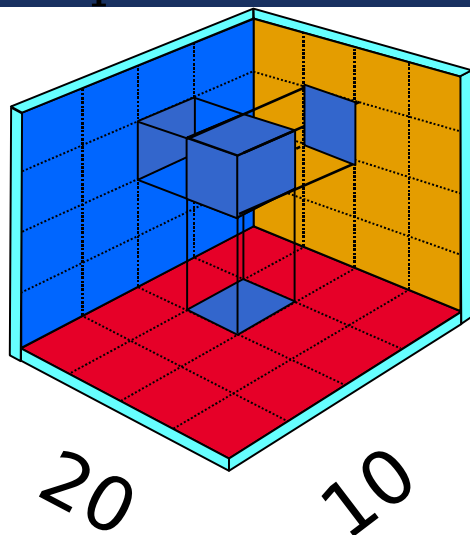
# The "Cube"

## The Mark-to-Future "Cube"





Single Currency; 40,000 (Vanilla)  
Swaps  
20 points on yield curve; 1000 scenarios; 10  
time periods

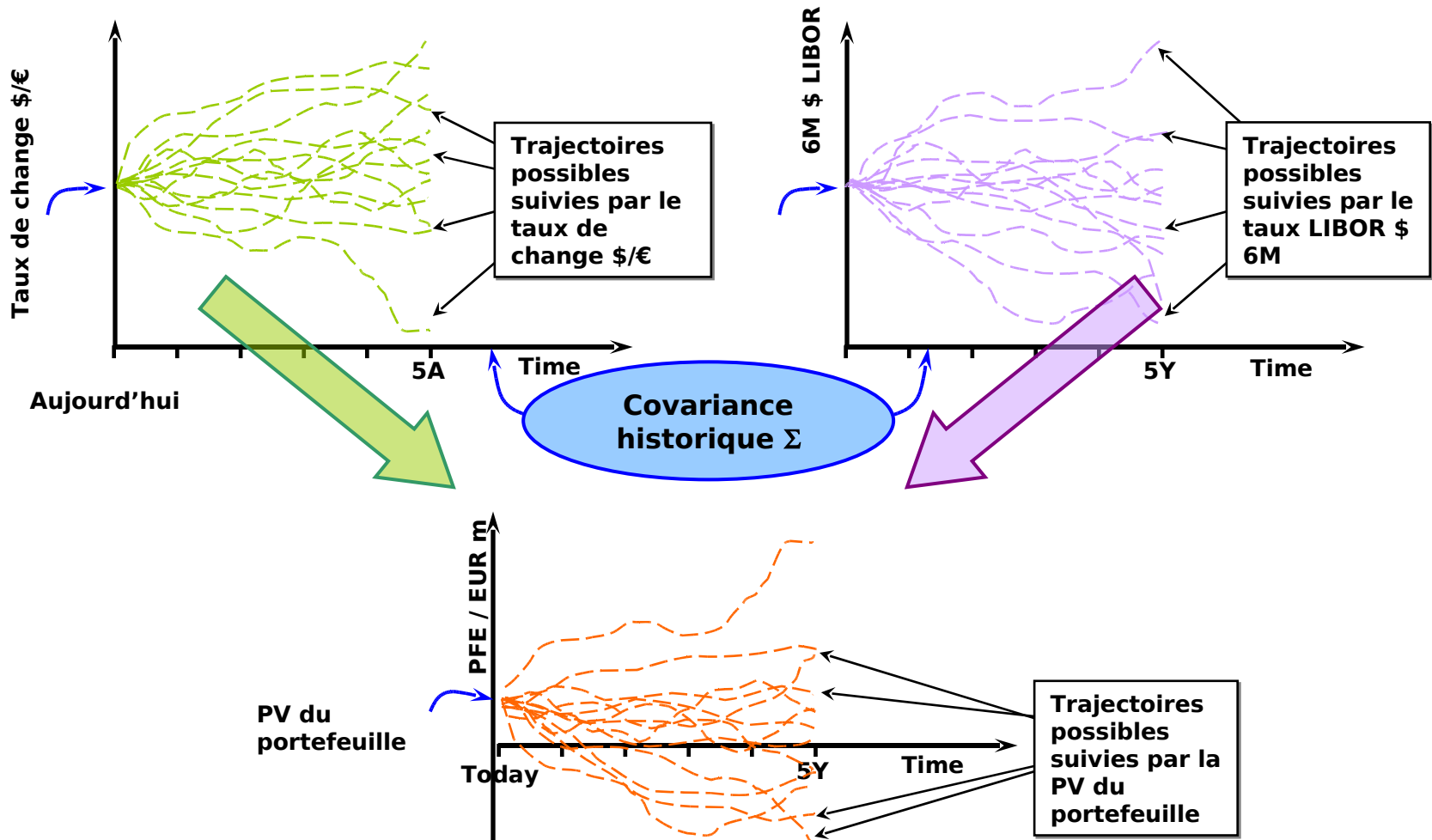


$$1000 = 200,000!$$

Swap Portfolio =  $F(m_1, \dots, m_{20})$

Risk in an instant!

# Scénarios futurs corrélés



# Notre modèle Actions Indices

- **Modèle de diffusion des actions**
- **Tenir compte du risque individuel des actions (volatilité)**
- **Tenir compte des corrélations entre les actions pour une bonne estimation du risque sur les produits multi sous jacents des et une bonne intégration des effets de netting et de diversification inter portefeuille.**



# **MODELE MULTIFACTORIEL**

## **Mesure du risque : La variance d'un rendement**

*Risque total sur une action = Risque systématique + Risque spécifique*



**Facteurs explicatifs  
représentatifs des  
fluctuations du  
marché**

**Risque spécifique à  
l'action  
(volatilité spécifique)**

**28 directions propres d'une  
base constituée de 28 indices  
boursiers**





## EQUATION DE DIFFUSION D'UNE EQUITY

$$d \ln S(t) = \sum_j \beta_j \cdot d \ln F_j(t) + (r_E - q_E) \cdot dt + \sigma_{spec} \cdot dW_t$$

$$S(t + \Delta t) = S(t) \cdot \prod_j \left( \frac{F_j(t + \Delta t)}{F_j(t)} \right)^{\beta_j} \cdot e^{-q_E \cdot \Delta t} \cdot e^{r_E \cdot \Delta t} \cdot e^{\sigma_{spec} \cdot \varepsilon_1 \sqrt{\Delta t}}$$

$$S_T = S_0 \cdot \prod_j \left( \frac{F_{j,T}}{F_{j,0}} \right)^{\beta_j} \cdot e^{-q_E \cdot T} \cdot e^{r_E \cdot T} \cdot e^{\sigma_{spec} \cdot \varepsilon_T \sqrt{T}}$$



**Chaque facteur explicatif est diffusé selon la loi :**

$$d \ln F_j(t) = \sigma_{F_j} \cdot dW_t$$

**Avec  $\sigma_{F_j}$  la volatilité du  $j^{\text{ième}}$  facteur explicatif**

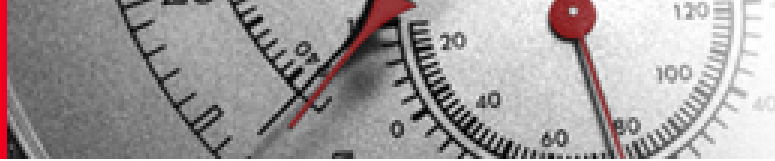
**En intégrant l'équation, il vient :**

$$F_{j,T} = F_{j,0} \cdot e^{\sigma_{F_j} \cdot \varepsilon_T \sqrt{T}}$$



## ***Les 28 indices boursiers de référence***

<i>ATX</i>	<i>Autriche</i>	<i>KLCI</i>	<i>Malaisie</i>
<i>BEL20</i>	<i>Belgique</i>	<i>KOSPI</i>	<i>Corée du Sud</i>
<i>BUX</i>	<i>Hongrie</i>	<i>MERVAL</i>	<i>Argentine</i>
<i>CAC40</i>	<i>France</i>	<i>NK500</i>	<i>Japon</i>
<i>DAX</i>	<i>Allemagne</i>	<i>OBX</i>	<i>Norvège</i>
<i>EOE</i>	<i>Pays-Bas</i>	<i>OMX</i>	<i>Suède</i>
<i>HEX25</i>	<i>Finlande</i>	<i>PCOMP</i>	<i>Philippines</i>
<i>HSI</i>	<i>Hong Kong</i>	<i>SET</i>	<i>Thaïlande</i>
<i>IBEX</i>	<i>Espagne</i>	<i>SMI</i>	<i>Suisse</i>
<i>IBOV</i>	<i>Brésil</i>	<i>SPX</i>	<i>États-Unis</i>
<i>IPSA</i>	<i>Chili</i>	<i>STI</i>	<i>Singapour</i>
<i>ISEQ</i>	<i>Irlande</i>	<i>TS300</i>	<i>Canada</i>
<i>JOHMKT</i>	<i>Afrique du sud</i>	<i>TWSE</i>	<i>Taiwan</i>
<i>KFX</i>	<i>Danemark</i>	<i>UKX</i>	<i>Royaume-Unis</i>



$\Gamma_{TLT}$  **matrice de variance covariance très long terme**

#### **4. Les facteurs de référence et leurs volatilités**

**Diagonalisation de la matrice de variance covariance :**

$$\Gamma_{TLT} = P_{TLT} \cdot D_{TLT} \cdot P_{TLT}^T$$

$$Fact = P_{TLT}^T \cdot Ind$$

**Quant aux volatilités des facteurs de référence, elles sont données par leurs variances respectives qui sont les termes diagonaux de la matrice .**



- Remarque :
- **Ces modes propres (ou directions principales) sont indépendants et correspondent à des combinaisons linéaires des facteurs de risque initiaux. Le risque relatif à un indice boursier - volatilité et corrélations - résulte ainsi de la superposition de différents mouvements ou modes propres.**
- **L'analyse des résultats permet d'identifier et de donner un sens aux premiers modes. Le premier d'entre eux correspond à un mouvement général de translation des marchés, le deuxième correspond à des mouvements de sens opposés entre les marchés asiatiques et les autres marchés (Europe, Amérique,..), le troisième s'interprète également comme des mouvements opposés entre marchés Européens et Marchés de la Zone Amérique.**

# 5. Les coordonnées alphas et betas d'une equity

Dans la base des indices de référence (les alphas)

Rendements journaliers centrés d'une action

Dans la base des indices de référence (les alphas)

Rendements journaliers centrés des indices de référence

Rendements journaliers centrés des facteurs de référence



$$Y^T = A \cdot X^T + R^T$$

$$\text{var}(Y) = A \cdot P_X \cdot D_X \cdot P_X^T \cdot A^T + \text{var}(R)$$

$$B = A \cdot P_X$$

$$\Gamma_F = D_X$$

$$\begin{matrix} \zeta \\ \zeta \\ \zeta \\ \zeta \end{matrix}$$

$$Y^T = B \cdot F^T + R^T$$

$$\text{var}(Y) = B \cdot \Gamma_F \cdot B^T + \text{var}(R)$$



# Les volatilités spécifiques et effectives des equities

- La volatilité spécifique d'une equity se déduit du résidu  $R$  de la régression linéaire :

$$\sigma_{spec} = \sqrt{252 \times \text{var}(R)}$$

- Quant à la volatilité effective (ou totale) d'une equity, elle est donnée par :

$$\sigma_{eff} = \sqrt{252 \times [A \cdot \Gamma_X \cdot A^T + \text{var}(R)]}$$



## ***PARAMETRAGE DU MODELE***

- 1. Les volatilités des indices de référence***
- 2. Les corrélations des indices de référence***
- 3. La matrice de variance covariance***
- 4. Les facteurs de référence et leurs volatilités***
- 5. Les coordonnées alphas et betas d'une equity***
- 6. Les volatilités spécifiques et effectives des equities***



# Notre modèle de Taux d'intérêt

- L'Objectif est de parvenir à étudier la structure par terme des taux d'intérêt en observant les corrélations sur des données historiques de taux swap et dépôt de maturité: 1, 3, 6 mois, 1, 3, 5, 7, 10, 30 ans afin d'en déduire une loi jointe puis de s'en servir pour générer des taux futurs sur lesquels on pourra calculer des paramètres de risques.
- On travaille sur le logarithme des taux swap
- On procède par réduction de notre espace à 9 taux en un espace de dimension plus faible (espace des facteurs). Ces facteurs sont obtenus en effectuant une ACP sur la matrice donnant l'évolution journalière du logarithme des taux.
- En général, 3 Facteurs suffisent à expliquer la variance globale



■ soit  $R_i(t)$  le taux swap de maturité  $T_i$  à la date  $t$

■ On pose  $y_i(t) = \log(R_i(t))$

■ On considère alors le vecteur  $Y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_9(t) \end{bmatrix}$

■ Soit  $Y_{i^\infty} = \frac{1}{m} \sum_{j=1..m} y_i(t_j)$

$$M_{i,j} = \text{COV}(Y)_{i,j} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (y_i(t_k) - y_{i^\infty})(y_j(t_k) - y_{j^\infty})$$



# Décomposition en Facteurs

- On décompose le vecteur des log Return dans la base ortho normale des facteurs:

$$Y(t_j) = Y^\infty + \sum_{k=1..9} x_k(t_j) F_k$$

Les  $F_k$  étant les axes principaux de l'Analyse en Composantes Principales (vecteurs propres de M)

- On a :  $x_k(t_j) = (Y(t_j) - Y^\infty)^t F_k$
- On effectue cette projection uniquement sur les trois premiers axes principaux.



## ■ L'Exemple du taux Deposit / swap EURO

### ■ Historique du taux

EUR	1month	3months	6months	1year	3years	5years	7years	10years	30years
30/12/98	0.0325	0.0324125	0.032175	0.032025	0.03415	0.034	0.0365	0.0408	0.04705
31/12/98	0.0325	0.0323875	0.0322109	0.0320625	0.03222	0.0333	0.03573	0.03967	0.04715
01/01/99	0.0323875	0.0322125	0.0320859	0.0319094	0.03222	0.03302	0.03572	0.03975	0.04705
04/01/99	0.0323	0.0321234	0.031975	0.0317844	0.03159	0.03297	0.03571	0.03979	0.04695
05/01/99	0.03225	0.0320734	0.0318594	0.0316875	0.03159	0.03297	0.03571	0.03979	0.04675



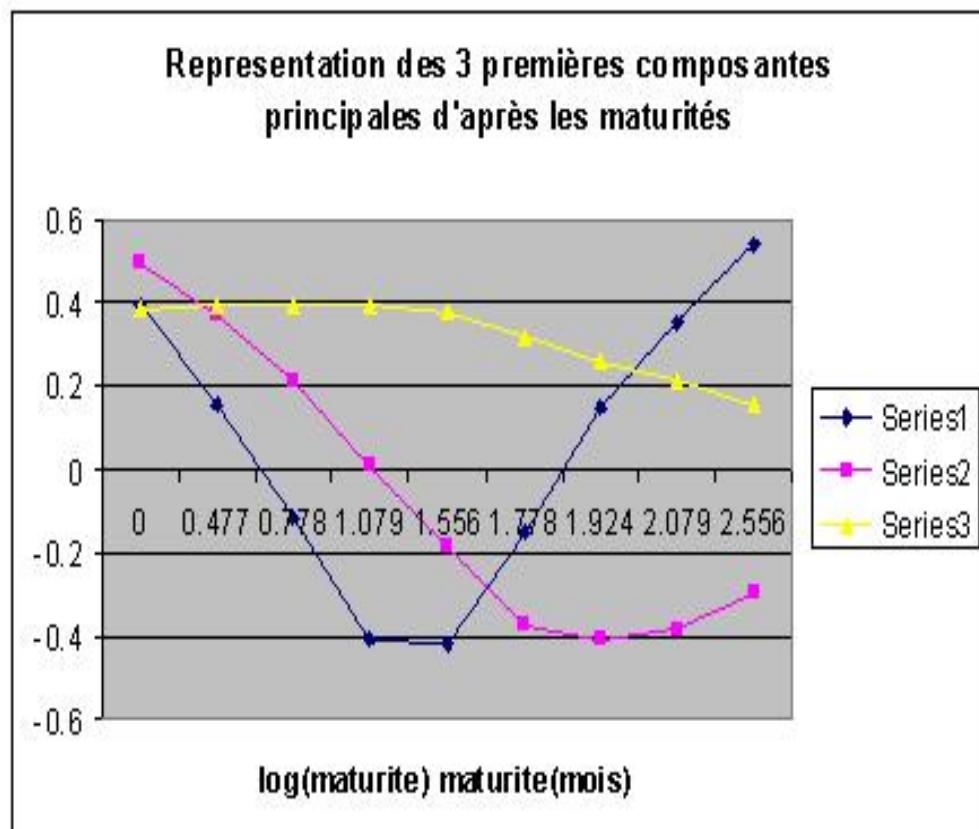
■ **Matrice de variance covariance du logarithme du taux**

	1month	3months	6months	1year	3years	5years	7years	10years	30years
1month	0.089	0.0885	0.0869	0.0835	0.0774	0.0629	0.0508	0.0412	0.0296
3months	0.0885	0.0892	0.0883	0.0856	0.08	0.0656	0.0531	0.0431	0.0309
6months	0.0869	0.0883	0.0886	0.0869	0.0819	0.0678	0.0551	0.0448	0.032
1year	0.0835	0.0856	0.0869	0.0868	0.0826	0.0693	0.0566	0.0461	0.0327
3years	0.0774	0.08	0.0819	0.0826	0.0801	0.0682	0.0561	0.0458	0.0325
5years	0.0629	0.0656	0.0678	0.0693	0.0682	0.0596	0.0498	0.041	0.0293
7years	0.0508	0.0531	0.0551	0.0566	0.0561	0.0498	0.0421	0.035	0.0254
10years	0.0412	0.0431	0.0448	0.0461	0.0458	0.041	0.035	0.0295	0.0217
30years	0.0296	0.0309	0.032	0.0327	0.0325	0.0293	0.0254	0.0217	0.0165



■ **Les trois premiers axes principaux**

Facteur3	Facteur2	Facteur1
0.3967	0.4944	0.3858
0.1527	0.3694	0.3939
-0.1137	0.211	0.3978
-0.4095	0.0079	0.395
-0.4185	-0.1866	0.3773
-0.148	-0.3726	0.3183
0.1508	-0.4075	0.2617
0.3567	-0.3829	0.2142
0.5401	-0.2971	0.1536



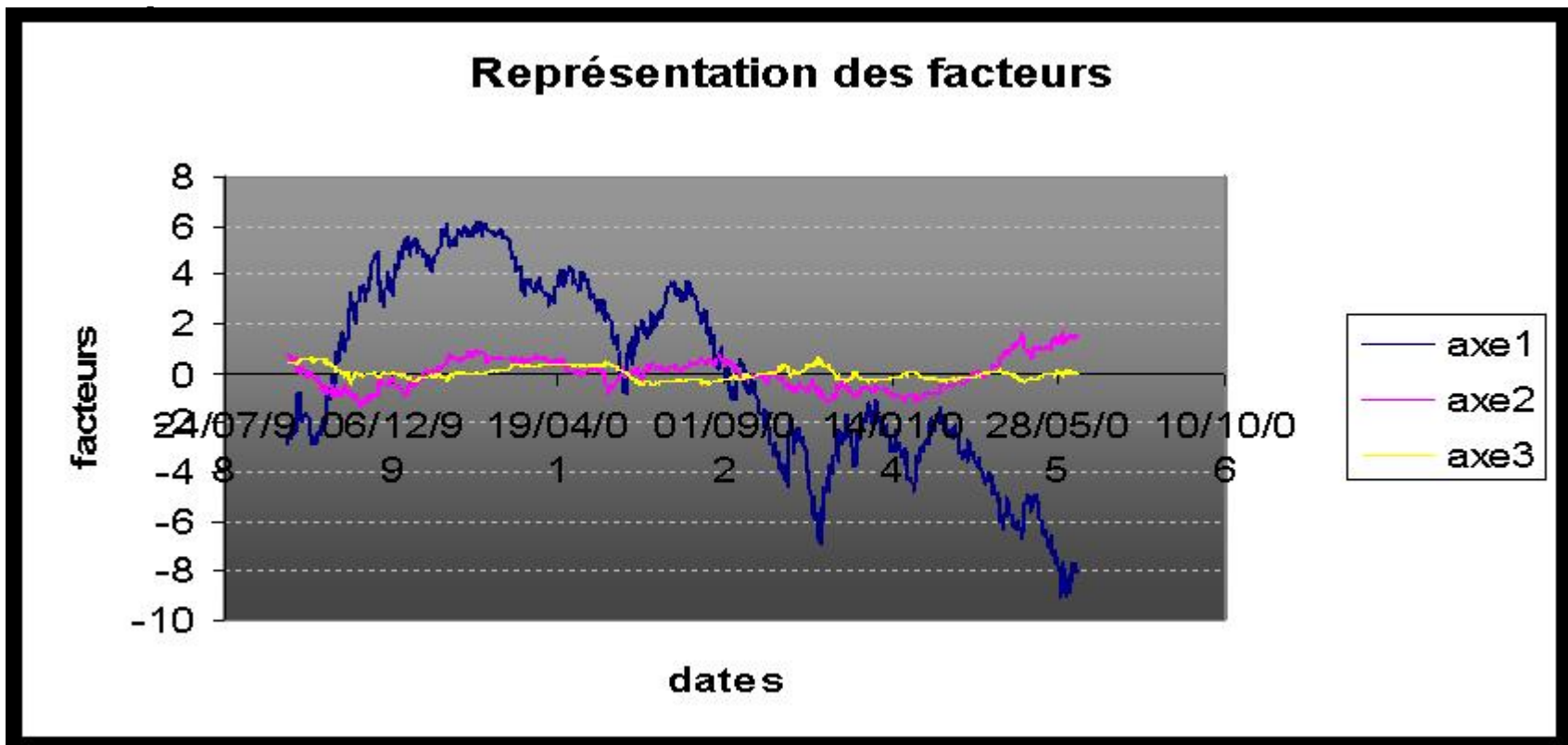


# Interprétation des axes principaux

- **Le premier axe principal correspond à un mouvement en niveau de la courbe des taux. Le poids des maturités courtes est plus fortes dans le facteur parce que les maturités courtes ont des volatilités plus importantes.**
- **Le deuxième axe décrit les mouvements de pente de la courbe des taux. Cet axe oppose les taux de maturité inférieur à 1 an aux taux de maturité supérieurs à 1 an.**
- **Le troisième axe correspond à un mouvement de courbure de la courbe des taux (battements). Cet axe oppose les taux de maturités intermédiaires aux taux de maturités très court et très long.**

# Dynamique des facteurs

- On s'interroge à ce stade sur la dynamique  $x_k(t)$ ,  $k=1,2,3$
- Le graphe ci-après nous donne l'évolution  $x_k$  des facteurs dans le







# Modélisation de la dynamique des facteurs

- Notre modèle choisit de décrire l'évolution des facteurs dans le temps par un processus de retour à la moyenne, ce qui garantit la bornitude du processus.
- Le modèle sera valide s'il réussit à reproduire l'allure des facteurs dans un intervalle de confiance qu'on l'on spécifiera.
- Le modèle adopté est le suivant:

$$dx_i(t) = a_i(b_i - x_i(t))dt + \sigma_i dW_i(t)$$

- $dx_i$  suit donc une loi normale de variance  $\sigma_i^2$

$$dx_i(t_k) = x_i(t_k) - x_i(t_{k-1})$$



# Régression sur les facteurs et calcul des paramètres avec le logiciel SAS

- SAS nous fournit aussi les facteurs c'est-à-dire les processus ramenés dans la base des composantes principales.
- D'après le modèle:

$$dx_i(t) = a_i(b_i - x_i(t))dt + \sigma_i dW_i(t)$$

- Ce qui nous donne comme solution exacte:

$$x(t + \Delta t) = x(t)e^{-a\Delta t} + b(1 - e^{-a\Delta t}) + \sqrt{\frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2a\Delta t})}\varepsilon$$



- En régressant donc  $X(t+\Delta t)$  sur  $X(t)$  on peut donc récupérer par estimation par les moindres carrés ordinaires les paramètres du modèle.

- La régression s'écrit alors:

$$X(t+\Delta t) = A + BX(t) + \omega\eta(t)$$

- On a alors

$$a = -\frac{1}{\Delta t} \ln(B) \quad b = \frac{A}{1-B} \quad \sigma = \sqrt{\frac{2a\omega^2}{1-B^2}}$$

- Ci-dessous les résultats obtenus pour le taux swap EURIBOR. Les maturités sur lesquelles on a effectués l'ACP sont:
- 2 ans, 3ans, ..., 10ans, 15 ans, 20 ans, 25ans, 30 ans, 40 ans, 50 ans.



# Calculs des paramètres

		Calibration des paramètres						
		Regression SAS et Paramètres du modèle						
pas	0.0039683							
	A	Vresidu	B	a	b	sigmaAn	sigma	
axe1	-0.00302	0.04699	0.99954	0.1159467	-6.5652174	3.4419368	21.68%	
axe2	0.0005072	0.0045	0.99611	0.9821916	0.1303959	1.0669703	6.72%	
axe3	-0.000304	0.00101	0.99064	2.3698282	-0.0324786	0.5068738	3.19%	



# Vérification des hypothèses des MCO.

- On vérifie cependant si les hypothèses de la régression par les MCO sont vérifiées en l'occurrence l'Homoscédasticité des résidus, i.e en outre l'indépendance entre les résidus et les variables explicatives et l'indépendance des résidus.
- Le test d'indépendance entre les variables explicatives et les résidus est accepté. On est donc bien dans le cadre de l'application des MCO. Toutefois on constate que les résidus ne sont ni indépendants, ni gaussiens. Il suffit juste d'observer les Kurtosis des résidus pour s'en apercevoir ou observer les résultats des tests d'adéquation de Kolmogorov Smirnov.
- La kurtosis au sens où l'entend SAS vaut:

$$K = \frac{E(X^4)}{E(X^2)^2} - 3$$

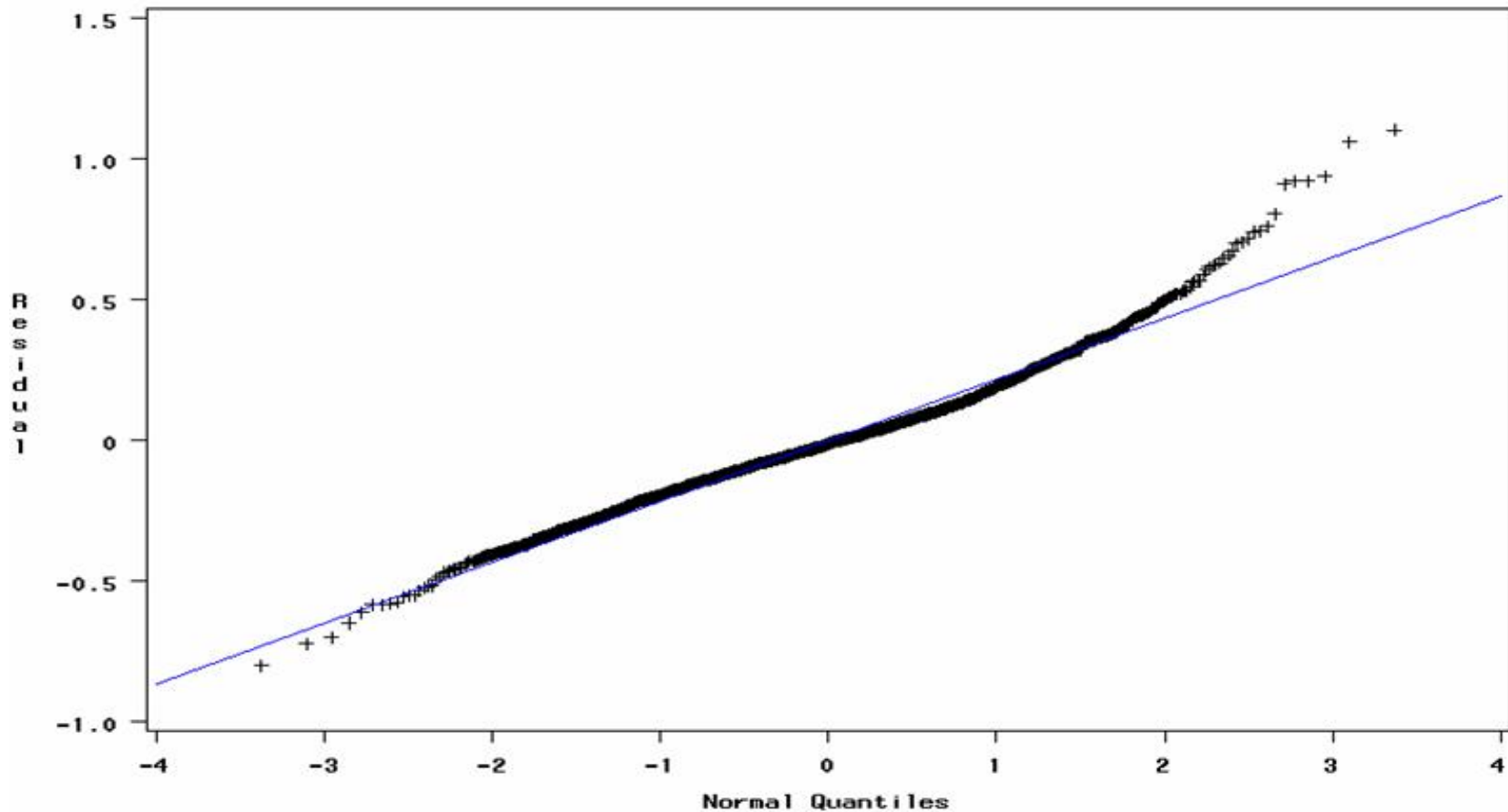


# Statistiques sur les résidus de la régression

Moments des résidus				
Axe1				
N	moyenne	Ecart-type	skewness	Kurtosis
1686	0	0.216706	0.562897	1.92253328
Axe2				
N	moyenne	Ecart-type	skewness	Kurtosis
1686	0	0.067066	0.14516	3.00804337
Axe3				
N	moyenne	Ecart-type	skewness	Kurtosis
1686	0	0.031789	-0.05715	3.90608971

# Normalité des résidus

Représentation des facteurs





# Construction des intervalles de confiance sur le taux

- L'on connaît parfaitement la loi du facteur on peut donc à chaque date  $t$  calculer le fractile à 99% qui lui est associée.
- En résumé:

$$y_i(t) = y_{i,\infty} + x_1(t)F_{1,i} + x_2(t)F_{2,i} + x_3(t)F_{3,i}$$

$$dx_i(t) = a_i(b_i - x_i(t))dt + \sigma_i dW_i(t)$$

- $y_i(t)$  suit une loi normale de variance

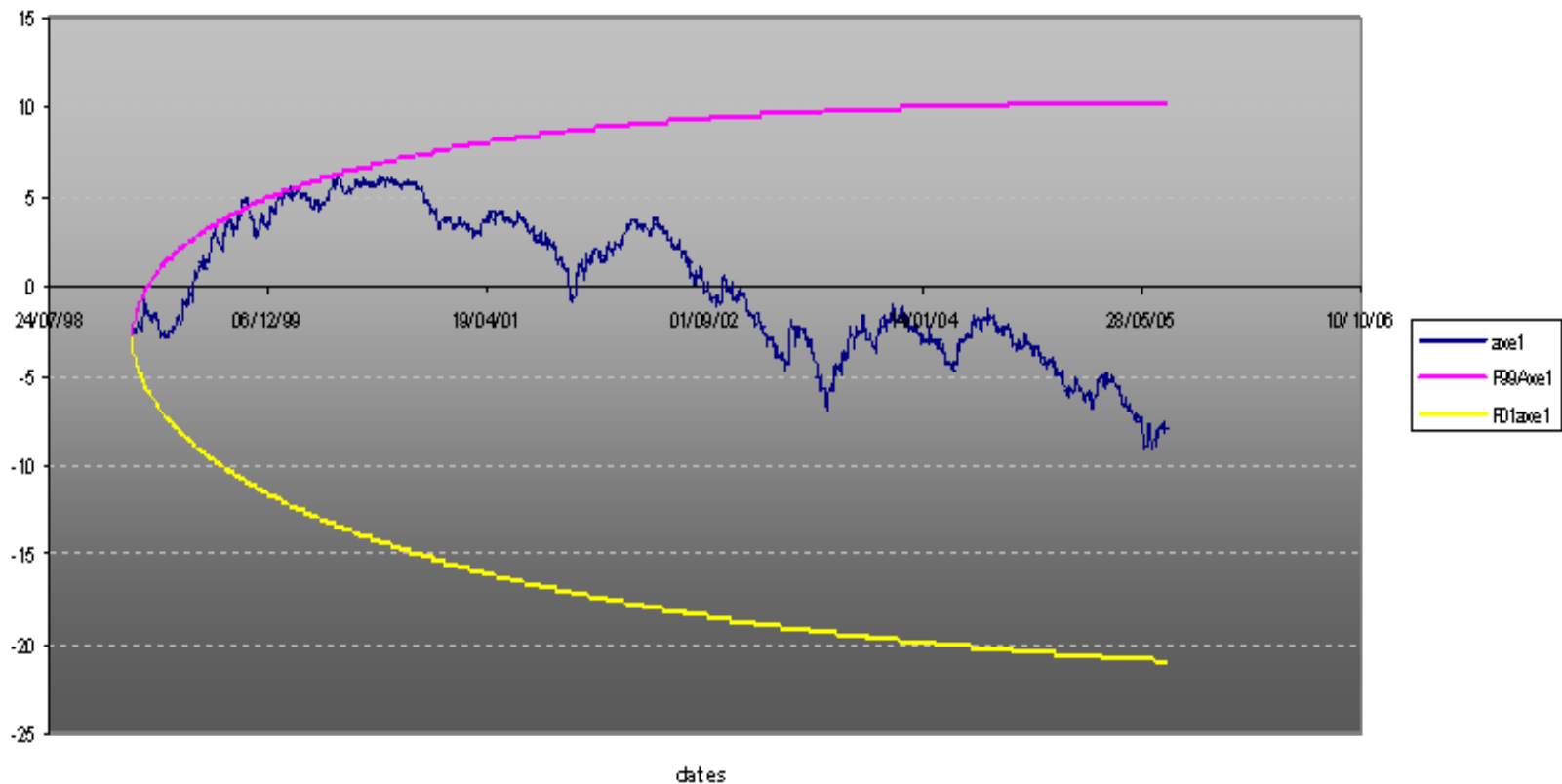
$$(\sigma_1(t)F_{1,i})^2 + (\sigma_2(t)F_{2,i})^2 + (\sigma_3(t)F_{3,i})^2$$

$$\sigma_i^2(t) = \frac{\sigma_i^2}{2a_i}(1 - e^{-2a_i t})$$



# Intervalle de confiance sur les facteurs

intervalle de confiance sur l'axe 1



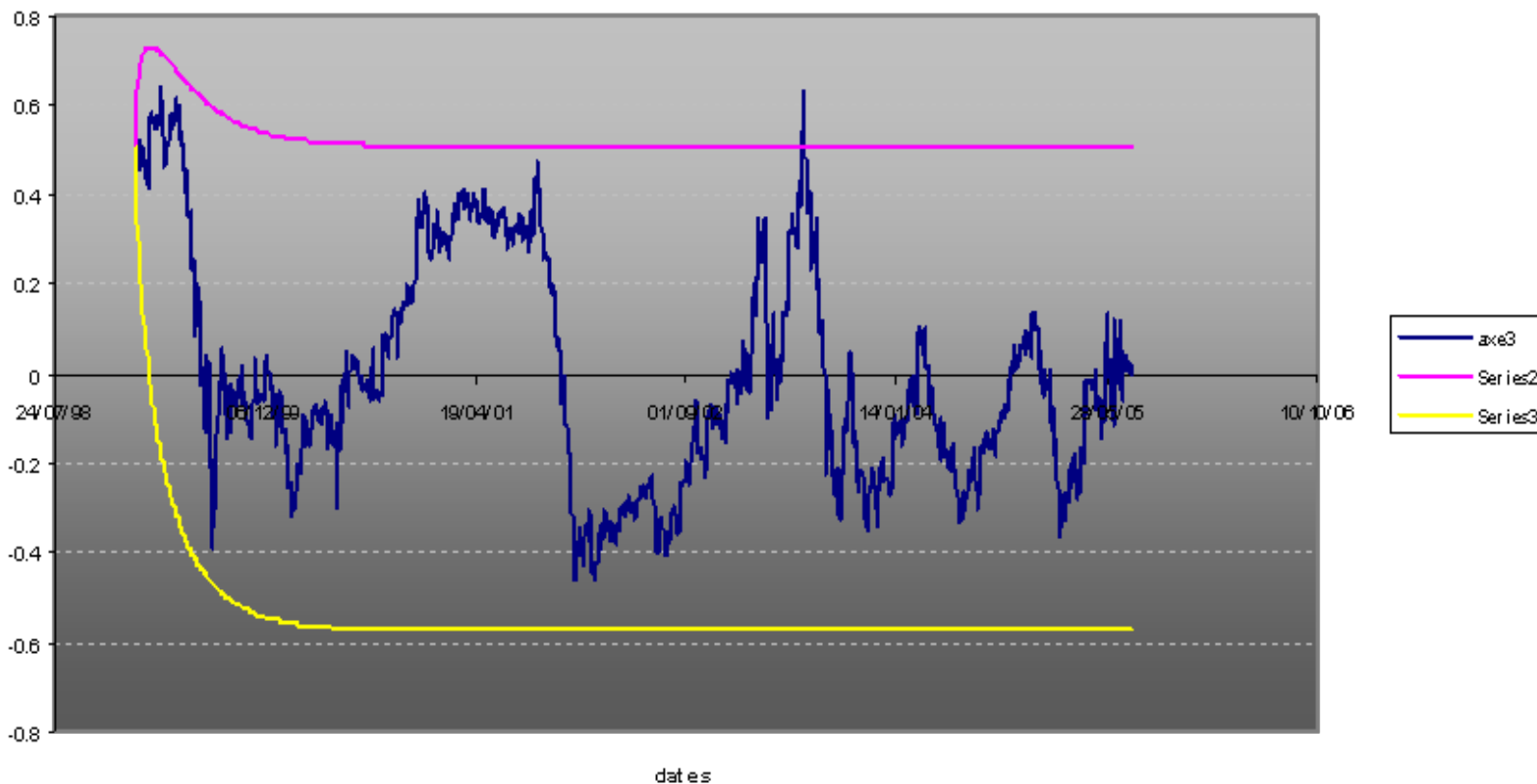
# Intervalle de confiance sur les facteurs

Intervalle de confiance Axe2



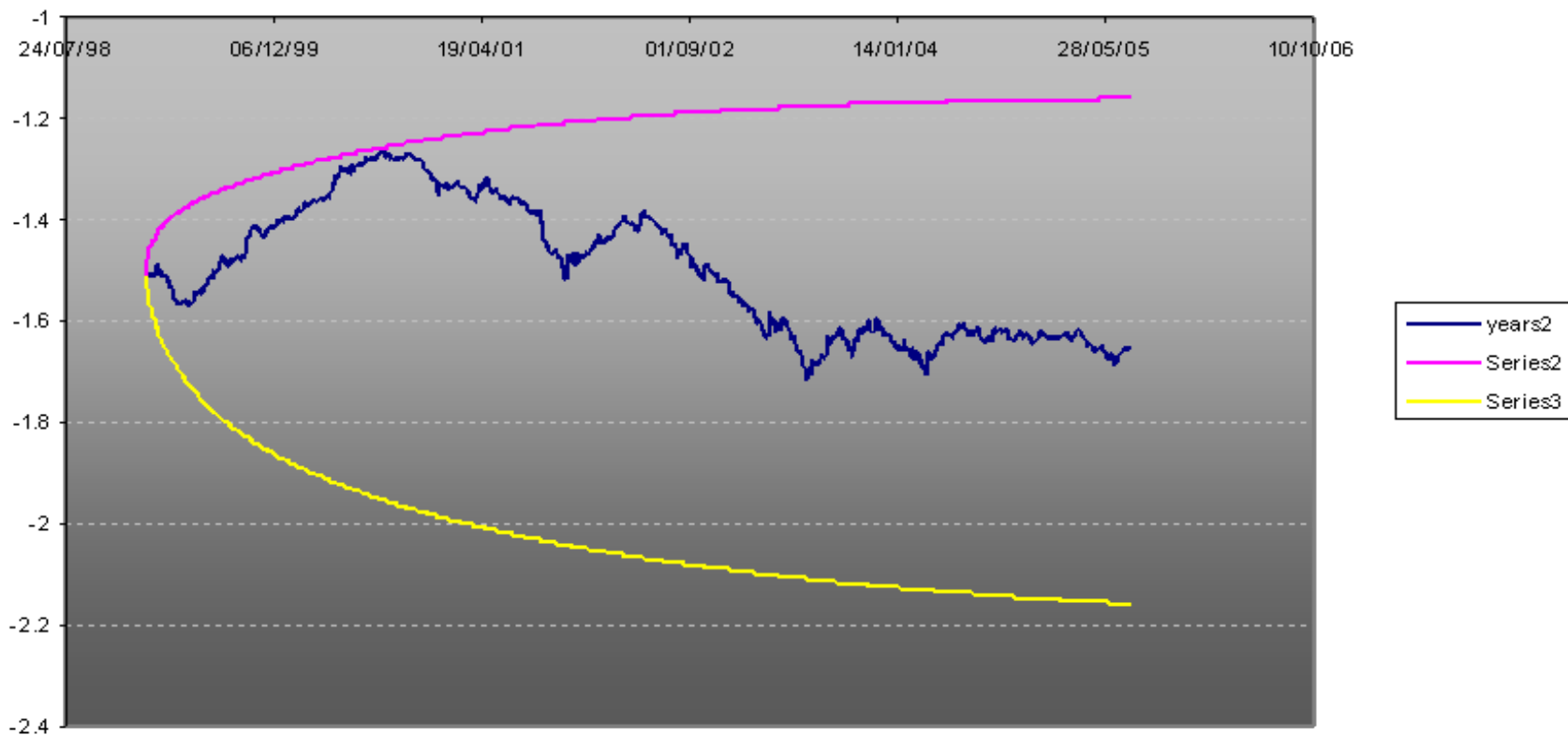
# Intervalle de confiance sur les facteurs

Intervalle de confiance axe3



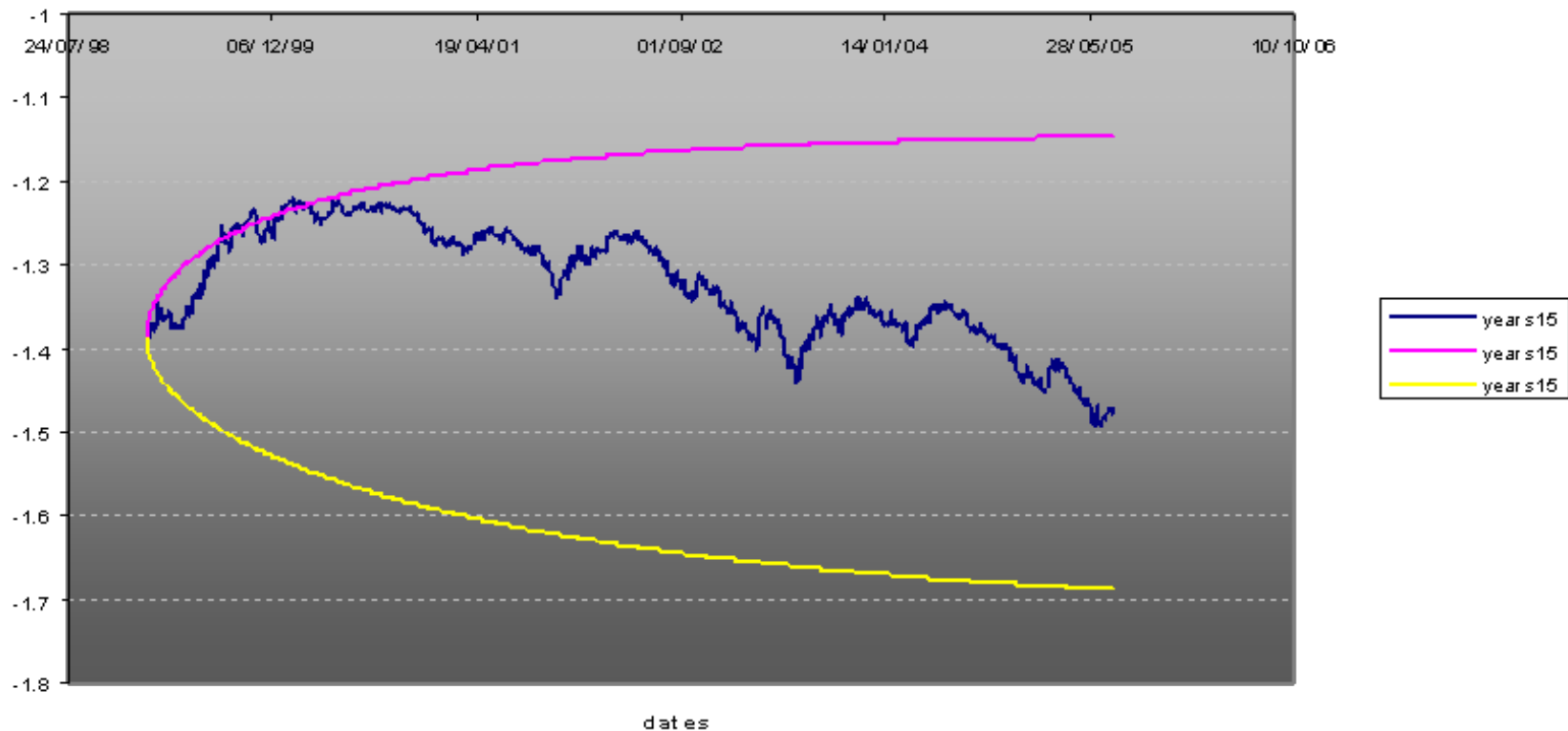
# construction des intervalles de confiance sur le taux 2 ans

Back-Testing sur le taux 2 an en log

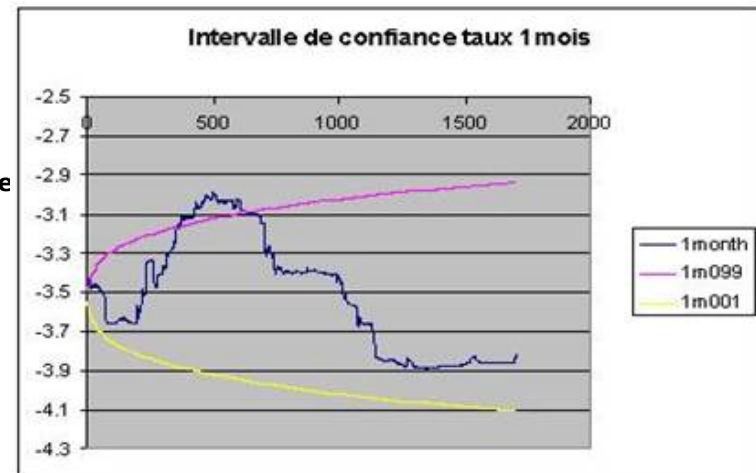
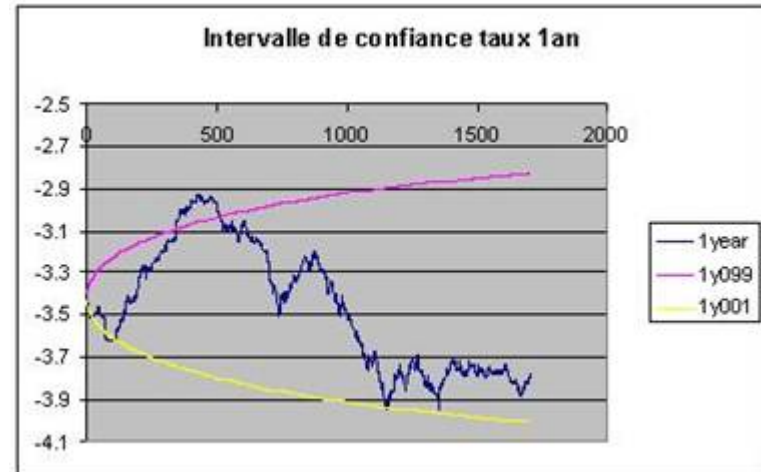
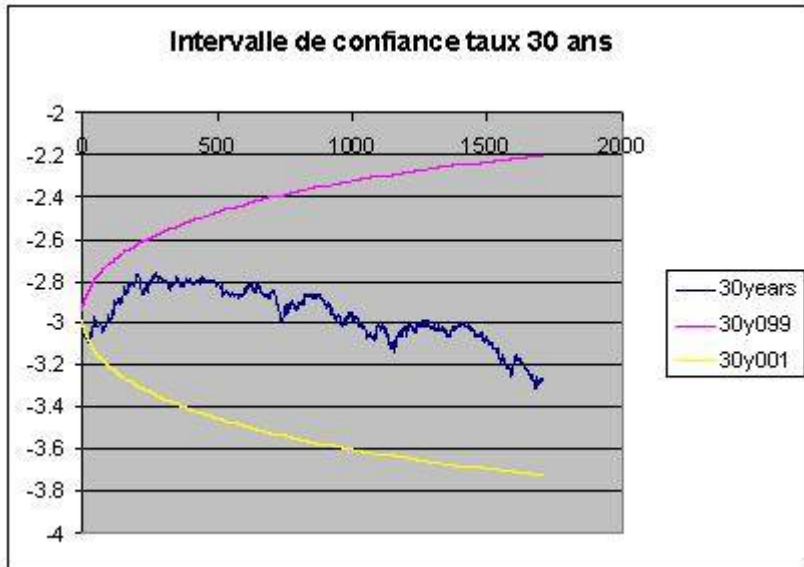


# construction des intervalles de confiance sur le taux 15 ans

back-testing taux 15ans



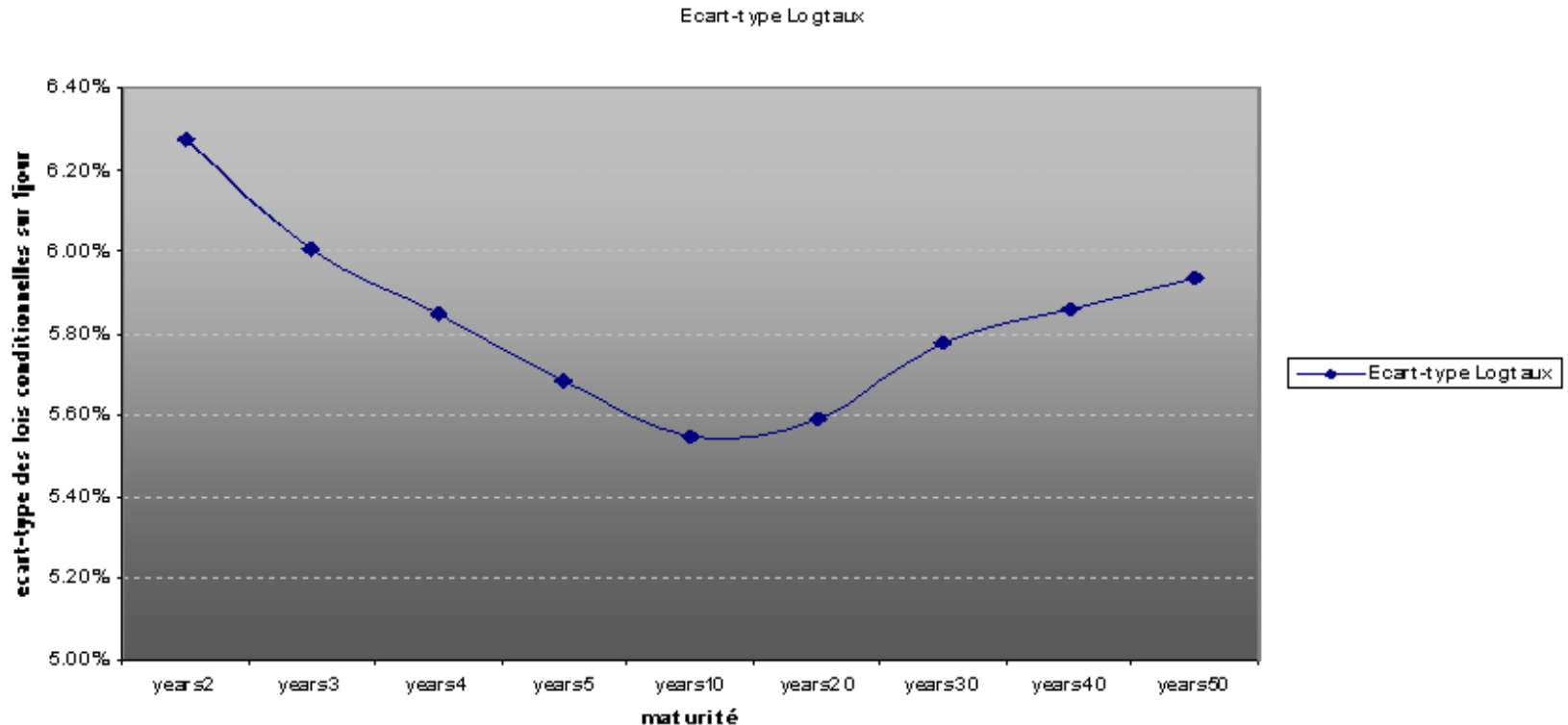
# Intervalle de confiance: cas de l'euribor

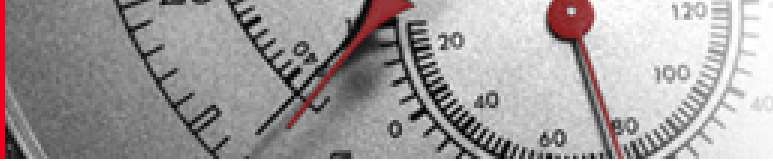


- On constate que les courbes empiriques sortent de l'intervalle de confiance à 99%.. On constate aussi une dissymétrie. La frontière du fractile à 99% est franchie beaucoup plus souvent que celle à 1%

# Evolution des volatilités court-terme théoriques

- On peut représenter l'évolution des volatilités court terme en fonction des maturités.





- **L'hypothèse d'une volatilité constante dans le modèle décrivant la dynamique des facteurs ne nous permet pas d'aboutir à des intervalles de confiance pertinents. Le modèle est insuffisant pour décrire et mettre en relief les scénarios extrême. Il faut aussi modéliser la volatilité.**
- **De nombreuses études s'y sont penchés: GARCH, modèles SABR, etc..**





# Conclusion

- **Mission de RISQ: « contribuer au développement et à la rentabilité du groupe en garantissant que le dispositif de maîtrise des risques est solide et efficace »**
  - ▶ Rôle proactif
  - ▶ Prendre des risques, oui mais en connaissance de cause
  - ▶ Enjeu in fine: Risk reward / volatilité des résultats pour l'actionnaire
  
- **La gestion intégrée du risque de remplacement est un des enjeux futurs pour l'ingénierie financière.**