

## **Quelques indications bibliographiques sur les matériaux granulaires**

Jean-Noël Roux

Ces références viennent en complément de l'exposé donné le 19 novembre dans le cadre de l'atelier « matériaux granulaires » du GDR CHANT, organisé par Frédéric Legoll à l'ENPC. Elles concernent essentiellement les matériaux granulaires de type solide, et ne constituent pas, bien sûr une bibliographie complète. La liste a été choisie en privilégiant quelques livres et articles fournissant de bons points d'entrée dans la littérature, et également certaines contributions particulièrement originales et utiles. On ne doit pas s'étonner de ne pas y trouver certains articles très cités, si ceux-ci sont eux-mêmes référencés dans d'autres. Certaines questions, par ailleurs, ne sont pas abordés dans cette bibliographie, qui vient en soutien d'un exposé, et qui reflète forcément le point de vue de son auteur.

### **Comportement macroscopique des assemblages granulaires solides**

Les descriptions macroscopiques les plus usuelles proviennent en bonne partie de la mécanique des sols, pour laquelle [1], [2], et [3] sont des ouvrages de référence. Le livre de Wood, en particulier [2], insiste sur la notion d'état critique, et décrit au passage les relations classiques entre contrainte et dilataance – pour lesquelles la référence « historique » est l'article de Rowe [4]. [5] est une présentation pédagogique du modèle simplifié, élasto-plastique avec élasticité linéaire et critère de Mohr-Coulomb, sans écrouissage. Les problèmes de bifurcation conduisant à la localisation de la déformation sont traités dans l'ouvrage de Vardoulakis et Sulem [6]. Nombre de développements récents de la mécanique des sols et des géomatériaux (avec, entre autres, la mesure de modules élastiques en très faibles déformations, la prise en compte de l'anisotropie des assemblages granulaires...) sont décrits par F. Tatsuoka dans un article de revue [7] qui insiste sur l'importance, dans les applications géotechniques, des modèles précis et sophistiqués pour le comportement mécanique.

### **Mécanique du contact**

Une référence de base est le livre de Johnson [8]. Cet ouvrage ne fournit pas toujours, toutefois, les lois de contact sous une forme commode pour les applications à la simulation numérique des assemblages granulaires. Pour les lois de contact élasto-plastiques de type Hertz-Mindlin, certaines remarques et suggestions utiles quant à leur mise en œuvre (pour laquelle il faut éviter les incohérences thermodynamiques) sont présentées dans [9]. La question de l'objectivité est abordée dans un cadre général (à propos de la stabilité de la réponse d'un réseau de contacts précontraints à de faibles sollicitations, pour des grains de forme quelconque) dans un article de Kuhn et Chang [10], et, sous forme plus abordable, dans le cas restreint des billes, dans [11]. [12] discute (en appendice) de l'influence de certaines simplifications de la loi de contact sur le comportement macroscopique. La dissipation visqueuse dans les contacts est peu connue. Voir toutefois certains modèles, cités dans [13] – qui est une référence générale sur la simulation des matériaux granulaires.

Les contacts avec cohésion font l'objet d'une littérature particulière, voir par exemple [14].

Quant aux modèles de contacts rigides utilisés dans la méthode de « dynamique des contacts » (J.-J. Moreau, M. Jean), ils font appel à une description de la mécanique du contact dans laquelle les percussions ne sont pas exprimables comme fonctions des vitesses antérieures au choc, et parviennent ainsi à traiter aussi bien les collisions que les contacts maintenus. Leur mise en œuvre est présentée dans différents articles et communications cités dans [13].

## Modélisation micromécanique, passage micro-macro, simulation numérique

L'analyse dimensionnelle s'avère particulièrement utile pour déterminer les paramètres micromécaniques importants dans le comportement mécanique macroscopique des matériaux granulaires. La définition de grandeurs sans dimension commodes et pertinentes est abordée dans [13]. Des approches similaires se trouvent dans [15] et [16]— cette dernière référence concernant tout particulièrement les assemblages cohésifs.

La question des mécanismes d'assemblage des grains sous forme d'un massif solide et de la microstructure qui en résulte est sans doute négligée dans la littérature portant sur les simulations numériques. On pourra néanmoins consulter les références [17, 11], ainsi que [16] pour le cas cohésif (Outre leur contenu propre ces articles renvoient à d'autres références utiles).

Le cas particulier intéressant des grains non frottants est traité dans [18, 19, 20] pour les billes et dans [21] pour les ellipsoïdes (3D) et les ellipses (2D). Les questions de l'hyperstaticité et de l'hypostaticité, propriétés de la matrice de rigidité, y sont abordées – voir aussi [11] et, pour des questions de rigidité de différentes structures (comme les systèmes de tenségrité), on peut consulter [22].

Les connexions avec la question de la nature de l'état aléatoire de compacité maximale ("random close packing") sont évoquées dans [19, 20, 11].

Le comportement d'assemblages de grains non cohésifs sous chargement proportionnel (compression isotrope) est étudié par simulation dans [23]. Celui des grains cohésifs est l'objet de l'étude numérique rapportée dans [24].

[25, 26, 27, 28] fournissent des exemples d'études numériques de compressions biaxiales (en 2D) ou triaxiales (en 3D) dans lesquelles des aspects bien connus des comportements sont retrouvés par la simulation. [29] suggère d'utiliser la texture du réseau des contacts comme variable d'érouissage dans l'approche de l'état critique. [26] discute de l'obtention d'une courbe contrainte-déformation dans la limite des grands systèmes avec ou sans frottement, et distingue deux types de déformations, selon qu'elles s'accompagnent ou non de ruptures et de réparations du réseau des contacts. Sur les questions de stabilité de réseaux de contact, on pourra consulter [30, 10, 31]. [12] est une étude des modules élastiques des assemblages de grains sphériques, avec de nombreuses références à des travaux expérimentaux, numériques et théoriques. Bien que traitant d'un cas un peu particulier, [15] est une intéressante étude de l'applicabilité d'un modèle de comportement élasto-plastique à des assemblages granulaires.

## Références

- [1] J. K. Mitchell. *Fundamentals of soil behavior*. Wiley, New York, 1993.
- [2] David Muir Wood. *Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics*. Cambridge University Press, 1990.
- [3] J. Biarez and P.-Y. Hicher. *Elementary Mechanics of Soil Behaviour*. A. A. Balkema, Rotterdam, 1993.
- [4] P. W. Rowe. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. *Proceedings of the Royal Society of London*, A269 :501–527, 1962.
- [5] P. A. Vermeer. Non-associated plasticity for soils, concrete and rock. In H. J. Herrmann, J.-P. Hovi, and S. Luding, editors, *Physics of Dry Granular Media*, pages 163–196, Dordrecht, 1998. Balkema.
- [6] I Vardoulakis and J. Sulem. *Bifurcation Analysis in Geomechanics*. Blackie Academic and Professional, 1995.
- [7] F. Tatsuoka. Impacts of geotechnical engineering of several recent findings from laboratory stress-strain tests on geomaterials. In G. Correia and H. Brandle, editors, *Geotechnics for roads, rail tracks and earth structures*, pages 69–140, Lisse, 2001. Balkema.

- [8] K. L. Johnson. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1985.
- [9] D. Elata and J. G. Berryman. Contact force-displacement laws and the mechanical behavior of random packs of identical spheres. *Mechanics of Materials*, 24 :229–240, 1996.
- [10] M. R. Kuhn and C. S. Chang. Stability, Bifurcation and Softening in Discrete Systems : A Conceptual Approach for Granular Materials. *International Journal of Solids and Structures*, 43 :6026–6051, 2006.
- [11] I. Agnolin and J.-N. Roux. Internal states of model isotropic granular packings : assembling process, geometry and contact networks. to be published in *Physical Review E*, available at <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00148529/fr/>, 2007.
- [12] I. Agnolin and J.-N. Roux. Internal states of model isotropic granular packings : elastic properties. to be published in *Physical Review E*, available at <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00148554/fr/>, 2007.
- [13] J.-N. Roux and F. Chevoir. Simulation numérique discrète et comportement mécanique des matériaux granulaires. *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 254 :109–138, 2005.
- [14] A. Castellanos. The relationship between attractive interparticle forces and bulk behaviour in dry and uncharged fine powders. *Advances in Physics*, 54 :263–376, 2005.
- [15] F. Alonso-Marroquín, S. Luding, H. J. Herrmann, and I. Vardoulakis. The role of anisotropy in the elastoplastic response of a polygonal packing. *Physical Review E*, 71 :051304, 2005.
- [16] F. A. Gilabert, J.-N. Roux, and A. Castellanos. Computer simulation of model cohesive powders : Influence of assembling procedure and contact laws on low consolidation states. *Phys. Rev. E*, 75(1) :011303, 2007.
- [17] L. E. Silbert, D. Ertaş, G. S. Grest, T. C. Halsey, and D. Levine. Geometry of frictionless and frictional sphere packings. *Physical Review E*, 65(3) :031304, 2002.
- [18] J.-N. Roux. Geometric origin of mechanical properties of granular materials. *Physical Review E*, 61 :6802–6836, 2000.
- [19] C. O’Hern, L. E. Silbert, A. J. Liu, and S. R. Nagel. Jamming at zero temperature and zero applied stress : The epitome of disorder. *Physical Review E*, 68(1) :011306, 2003.
- [20] A. Donev, S. Torquato, and F. H. Stillinger. Pair correlation function characteristics of nearly jammed disordered and ordered hard-sphere solids. *PRE*, 71(1) :011105–1–011105–14, 2005.
- [21] A. Donev, R. Connelly, F. H. Stillinger, and S. Torquato. Hypostatic Jammed Packings of Nonspherical Hard Particles : Ellipses and Ellipsoids. preprint (archive cond-mat 0608334), 2006.
- [22] M. F. Thorpe and P. M. Duxbury, editors. *Rigidity Theory and Applications*, Fundamental Materials Research. Kluwer Academic, 1998.
- [23] I. Agnolin and J.-N. Roux. Internal states of model isotropic granular packings : compression and pressure cycles. to be published in *Physical Review E*, available at <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00148540/fr/>, 2007.
- [24] D. E. Wolf, T. Unger, D. Kadau, and L. Brendel. Compaction of cohesive powders. In R. García Rojo, H. J. Herrmann, and S. McNamara, editors, *Powders and Grains 2005*, pages 525–533, Lisse, 2005. Balkema.
- [25] C. Thornton. Numerical simulations of deviatoric shear deformation of granular media. *Géotechnique*, 50 :43–53, 2000.
- [26] J.-N. Roux and G. Combe. Quasistatic rheology and the origins of strain. *C. R. Académie des Sciences (Physique)*, 3 :131–140, 2002.

- [27] A. S. J. Suiker and N. A. Fleck. Frictional collapse of granular assemblies. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 71 :350–358, 2004.
- [28] F. Radjai and S. Roux. Contact dynamics study of 2d granular media : critical states and relevant internal variables. In H. Hinrichsen and D. E. Wolf, editors, *The Physics of Granular Media*, pages 165–187, Berlin, 2004. Wiley-VCH.
- [29] F. Radjaï, H. Troadec, and S. Roux. Key features of granular plasticity. In S. J. Antony, W. Hoyle, and Y. Ding, editors, *Granular Materials : Fundamentals and Applications*, pages 157–184. Springer, 2004.
- [30] S. McNamara, R. García Rojo, and H. J. Herrmann. Indeterminacy and the onset of motion in a simple granular packing. *Physical Review E*, 72 :061303, 2006.
- [31] S. McNamara and H. J. Herrmann. Quasirigidity : some uniqueness issues. *Physical Review E*, 74 :021304, 2006.