

## **Sujet de thèse sur la modélisation du trafic routier**

**22 janvier 2010**

Codirection de thèse : **Jean-Patrick Lebacque** (INRETS) et **Régis Monneau** (ENPC)

L'expérience commune permet de constater les difficultés du trafic routier dans les grandes agglomérations. L'étude et la modélisation du trafic prend donc de plus en plus d'importance, avec pour objectif à moyen terme d'améliorer, voire d'optimiser la circulation routière.

A l'échelle la plus fine (appelée échelle microscopique), le trafic routier se modélise par l'évolution individuelle de chaque véhicule. Dans ce modèle, la dynamique du véhicule est donnée par une loi de poursuite. Ainsi la vitesse d'un véhicule est directement fonction de la distance qui le sépare du véhicule juste devant lui, modulo un temps de retard, qui est le temps de réaction du conducteur.

A l'échelle la plus grande (appelée échelle macroscopique), le modèle le plus simple utilisé est le modèle hydrodynamique de trafic. Il s'agit du modèle LWR proposé indépendamment dans les années 50 par Lighthill et Whitham [LW55], et Richards [Ri56]. Dans ce modèle, la densité de véhicule satisfait une loi de conservation qui peut se ramener à l'équation de Burgers. Ici la vitesse des véhicules est supposée être une fonction de la densité de véhicules. Ce modèle peut être vu formellement comme la limite du modèle microscopique décrit ci-dessus, dans le cas où le temps de retard est négligeable.

Dans le cas où le temps de retard n'est pas négligeable, le modèle microscopique donne formellement naissance à un modèle macroscopique qui est un raffinement du modèle LWR. Ce modèle est appelé modèle du second ordre (voire par exemple [AR00]). En fait ce modèle peut s'écrire comme un système couplé de deux équations, l'une portant sur la densité de véhicule, l'autre portant sur le champ de vitesse des véhicules, qui n'est plus simplement fonction de la densité de véhicule, mais qui contient un terme correcteur de type transport.

Cette thèse porte sur le passage du modèle microscopique aux modèles macroscopiques.

En fait très peu de résultats rigoureux existent sur ce sujet pour le trafic routier. Citons néanmoins le travail de Lattanzio and Marcati [LM97] où la limite macroscopique d'une solution microscopique pour un modèle cinétique est démontrée être égale à la solution de Krushkov du modèle LWR, ou bien plus récemment le travail de Aw et al [AKMR02] qui propose un résultat analogue pour un modèle microscopique particulier discrétisé en temps et un modèle macroscopique du second ordre. Parmi le très petit nombre de résultats rigoureux sur le passage micro-macro pour des modèles de trafic, on peut citer aussi les travaux [OKW05] et [OS06] et ceux sur des modèles voisins de type Bando [Bal95].

Compte tenu de certaines polémiques (cf. [D95]) autour des modèles du second ordre, il semble particulièrement intéressant dans cette thèse d'obtenir des résultats mathématiques permettant de justifier rigoureusement le modèle du second ordre, au moins dans le régime non congestionné. C'est le premier objectif du mémoire de thèse.

Ce passage microscopique-macroscopique s'appuiera sur des techniques de solution de viscosité qui ont déjà été appliquées avec succès dans un contexte différent, celui de la dynamique amortie de particules en interaction (voir [FIM08]). L'objectif est ainsi d'obtenir un résultat de convergence des solutions du modèle microscopique vers celles du modèle du second ordre, dans l'asymptotique des temps de retard petits. En particulier une estimation d'erreur sur les solutions sera recherchée.

Dans une deuxième partie de la thèse, la question du passage du microscopique au macroscopique sera étendue au cas des jonctions sur un réseau routier. Cette question se pose dès que l'on souhaite décrire non seulement le trafic sur une route, mais modéliser aussi l'écoulement du trafic dans un réseau routier. Il s'agit d'une question difficile car le problème à la jonction apparaît macroscopiquement sous-déterminé (voir par exemple [CGP05]). La remontée de chocs au travers d'une jonction est en général assez mal décrite. L'idée ici est de s'appuyer sur une description microscopique de façon à décrire la jonction macroscopiquement en levant la sous-détermination du modèle à la jonction.

Les nouvelles applications pour le trafic routier actuellement en phase de développement consistent à prendre de plus en plus en compte les communications entre véhicules et véhicules et système. C'est dans cette perspective que situe le sujet de cette thèse. Les modèles microscopiques permettent en effet de prendre naturellement en compte ces communications. Il est donc très important de développer dans le cadre de cette thèse une méthode pour agréger proprement ces systèmes coopératifs microscopiques sous forme de modèles macroscopiques qui permettront ainsi de déterminer globalement le comportement émergent du trafic.

Cette thèse sera effectuée à l'Ecole des Ponts (ENPC) dans le laboratoire CERMICS sous la codirection de R. Monneau et à l'INRETS dans le laboratoire GRETIA sous la codirection de Jean-Patrick Lebacque. Ces deux laboratoires CERMICS et GRETIA font partie du site de l'Université Paris-Est qui regroupe aussi deux autres laboratoires actifs dans le domaine du trafic: le LVMT de l'Ecole des Ponts et le LAMA de l'Université. Cette thèse aura donc lieu dans un environnement de recherche stimulant, favorisant les échanges et collaborations.

## Références

[AKMR02] A. Aw, A Klar, T. Materne and M. Rascle, Derivation of continuum traffic flow models from microscopic follow-the-leader, *Siam J. Appl. Math.* 63 (2002), 258-278.

[AR00] A. Aw and M. Rascle, Resurrection of "Second Order" Models of traffic flow, *Siam J. Appl. Math.* 60 (2000), pp. 916-938.

[Bal95] M. Bando et al, Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation. *Phys. Rev. E* 51 (1995), 1035.

- [CGP05], G. M. Coclite, M. Garavello, B. Piccoli, Traffic Flow on a Road Network, SIAM J. Math. Anal. 36 (no. 6) (2005), pp. 1862-1886.
- [D95] C.F. Daganzo, Requiem for second-order fluid approximation of traffic flow, Transportation Research B29 (1995), 277-286.
- [FIM08], N. Forcadel, C. Imbert, R. Monneau, Homogenization of the dislocation dynamics and of some particle systems with two-body interactions, à paraitre dans Discrete and Continuous Dynamical Systems - A.
- [LM97] C. Lattanzio, P. Marcati, The zero relaxation limit for the hydrodynamic Whitham traffic flow model, J. Differential Equations 141 (1997), no. 1, 150-178.
- [LW55] M. J. Lighthill and G. B. Witham, On kinetic waves. II. Theory of Traffic Flows on Long Crowded Roads, Proc. Roy. Soc. London Ser. A, 229 (1955), pp. 317-345.
- [OKW05] G. Orosz, B. Krauskopf, R.E. Wilson, Bifurcations and multiple traffic jams in a car-following model and with reaction-time delay, Physica D 211 (2005), 277-293.
- [OS06] G. Orosz and G. Stépan, Subcritical Hopf bifurcations in a car-following model with reaction-time delay, Proc. R. Soc. A 462 (2006), 2643-2670.
- [Ri56] P. I. Richards, Shock Waves on the Highway. Oper. Res., 4 (1956), pp. 42-51.