

Developpements d'algebre

Pierre Lissy

May 11, 2010

1 101 Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

1. Théorèmes de Sylow [Pe] fait
2. Wedderburn [Pe] fait
3. Isométries du cube et coloration [NA] fait

2 103 Exemples et applications des notions de sous-groupe distingué et de groupe quotient.

1. Groupes d'ordre 30 [Pe] [Or] fait
2. Un résultat de simplicité: simplicité de SO_3 fait
3. Théorème de Jordan-Holder [La] fait

3 104 Groupes finis. Exemples et applications.

1. Groupes d'ordre 30 [Pe] [Or] fait
2. Sous-groupes finis de SO_3 [Co] fait
3. Théorèmes de Sylow [Pe] fait

4 105 Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.

1. Simplicité de A_n [La] fait
2. Automorphismes de S_n [Pe] fait
3. Isométrie du cube et coloration [NA] fait

5 106 Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E , sous-groupes de $GL(E)$. Applications.

1. Théorème de Frobenius-Zolotarev [Be] fait
2. Sous-groupes finis de $SO_3(\mathbb{R})$ [Co] fait
3. Les transvections engendrent $SL(E)$. Les translations et les dilatations engendrent $GL(E)$. [Pe] fait

6 107 Sous-groupes finis de $O(2, \mathbb{R})$ et de $SO(3, \mathbb{R})$. Applications.

1. Botanique partielle du groupe diédral [Or] fait
2. Sous-groupes finis de $SO_3(\mathbb{R})$. fait
3. sométrie du cube et coloration [NA] fait

7 108 Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.

1. Les transvections engendrent $SL(E)$. Les translations et les dilatations engendrent $GL(E)$. [Pe] fait
2. Exemples d'utilisation des générateurs dans un problème de simplicité : simplicité de $SO_3(\mathbb{R})$ [FGN3] fait
3. Exemples d'utilisation des générateurs dans un problème d'automorphismes: automorphismes de S_n [Pe] fait

8 109 Anneaux $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.

1. Une congruence bien choisie à trouver.
2. Automorphismes de $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ [Pe] fait
3. Tests de primalité [Go1] fait

9 110 Nombres premiers. Applications.

1. Utilisation du théorème fondamental de l'arithmétique: théorème des deux carrés [Pe]
2. Tests de primalité [Go1] fait
3. Petit théorème de Dirichlet [Co] fait

10 111 Anneaux principaux. Applications.

1. Un anneau principal non euclidien [Pe] fait
2. Utilisation du caractère principal: Théorème des deux carrés [Pe] fait
3. Invariants de Smith fait

11 112 Corps finis. Applications.

1. Réduction modulo p + deux exemples non triviaux [Pe] fait
2. Théorème de Wedderburn [Pe] fait
3. Theoreme de Frobenius-Zolotarev [Be] fait

12 113 Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.

1. Théorème de Dirichlet [Pe] fait
2. Sous-groupes de S^1 . fait
3. Caractères de \mathbb{R} , \mathbb{R}^n , de \mathbb{T} et \mathbb{T}^n . [1] fait

13 114 Anneau des séries formelles. Applications.

1. Nombre de Catalan [FGN1] fait
2. Payer 100 euros avec des pièces de 1, 2 euros et des billets de 5 euros [NA] (calculs à rendre un peu plus euh.. élégants?) fait fgn page 199 à voir.
3. Résolution d'une équation diff [Le2][page 611] fait

14 116 Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.

1. Réduction modulo p et deux exemples non triviaux [Pe] fait
2. Irréductibilité des polynômes cyclotomiques [Pe] fait
3. Existence et unicité à isomorphisme près du corps de rupture [Pe]

fait

15 117 Algèbre des polynômes à n indéterminées ($n \geq 2$). Polynômes symétriques. Applications.

1. Théorème de transfert de Gauss [Pe] fait
2. Théorème de structure de l'algèbre des polynômes symétriques fait
3. Théorème de d'Alembert-Gauss [Go1] fait

16 118 Exemples d'utilisation de la notion de dimension en algèbre et en géométrie.

1. Condition nécessaire de construction à la règle et au compas. Applications aux problèmes grecs de la trisection de l'angle, de la duplication du cube et de la quadrature du cercle [Pe] fait
2. Théorème d'inertie de Sylvester (surtout lien avec la dimension des ev) fait
3. Un exemple d'utilisation de la notion de dimension dans les problèmes de réduction: réduction des orthogonaux fait

17 119 Exemples d'actions de groupes sur les espaces de matrices.

1. Invariants de Smith [Se] fait
2. Invariants de similitude [Go1] fait
3. Décomposition polaire faible vue comme action de groupe fait

18 120 Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.

1. Invariants de similitude [Go1] fait
2. Condition nécessaire de construction à la règle et au compas. Applications aux problèmes grecs de la trisection de l'angle, de la duplication du cube et de la quadrature du cercle [Pe] fait
3. Théorème des extremas liés + une application: par ex $SO =$ lieu des points de SL minimisant la norme 2.[Be] [Rou] fait

19 121 Matrices équivalentes. Matrices semblables. Applications.

1. Invariants de similitude [Go1] fait
2. Topologie et classe de similitude : Classe bornée ssi scalaire, classe fermée ssi diagonalisable, 0 dans l'adhérence ssi nilpotente [FGN2] fait
3. Invariants de Smith [Se] fait

20 123 Déterminant. Exemples et applications.

1. Algorithme de Faddeev [Go1] fait
2. Déterminant de Cauchy [FGN2]+ application: th de muntz [Go2] fait
3. Caractérisation de Sylvester des matrices symétriques définies positives+ caractérisation des matrices symétriques positives fait

21 124 Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.

1. Réduction de Dunford: cas réel et cas complexe fait
2. Théorème du rayon spectral fait
3. Théorème du bicommutant fait

22 125 Sous-espaces stables d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.

1. Théorème de Maschke fait
2. Théorème du bicommutant
3. Théorème des invariants de similitude [Go1] fait

23 126 Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.

1. Dunford: cas complexe puis cas réel
2. Résolution de l'équation $\exp(A) = Id$ dans le cas complexe [FGN2] ou [Go1]
3. Mini-max et Cauchy [FGN3] fait

24 127 Exponentielle de matrices. Applications.

1. Homéo entre S_n et S_n^{++} [Mn] fait
2. $\exp(A) = Id$
3. Stabilité et stabilité asymptotique pour les systèmes différentiels linéaires. (poly Karine B.) fait

25 128 Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.

1. Théorème du rayon spectral
2. Réduction de Dunford: cas réel et cas complexe fait
3. Utilisation de Jordan et de la décomposition en sous-espaces caractéristiques: stabilité et stabilité asymptotique pour les systèmes différentiels linéaires. (poly Karine B.) fait

26 129 Algèbre des polynômes d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.

1. Invariants de similitude [Go1] fait
2. Théorème du rayon spectral fait
3. Théorème du bicommutant fait

27 130 Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.

1. Décomposition polaire [Mn] fait (expliquer que c'est pareil cas réel, cas complexe)
2. Mini-max et Cauchy [FGN3] fait
3. Caractérisation de Sylvester des matrices symétriques définies positives+ caractérisation des matrices symétriques positives [Go1] fait

28 131 Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.

1. Classification des formes quadratiques sur les corps finis et les corps algébriquement clos [Pe] fait
2. Th de Witt fait
3. Lemme de Morse[Rou] fait

29 132 Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.

1. Théorème des extremas liés + une application: par ex $SO =$ lieu des points de SL minimisant la norme 2.[Be] [Rou] fait
2. Théorème d'inertie de Sylvester + application à la classification des formes quadratiques [Go1] [Le] fait
3. Formes linéaires sur les espaces de matrices . Application à la détermination de l'enveloppe convexe du groupe orthogonal et au théorème qui dit qu'un hyperplan contient une matrice inversible. [FGN1] et [NA] (feuille de développements de Sébastien Pellerin) fait

30 133 Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).

1. Décomposition polaire [Mn] fait
2. Homéo entre S_n et S_n^{++} [Mn] fait
3. Réduction des isométries fait

31 135 Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Forme réduite. Applications en dimension 2 et 3.

1. Simplicité de SO_3 [FGN3] fait
2. Sous-groupes finis du groupe $SO_3(\mathcal{E})$ fait
3. Réduction des isométries fait

32 136 Coniques. Applications.

Leçon impassée.

33 137 Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie ; convexité

Leçon impassée.

34 138 Homographies de la droite projective complexe. Applications.

Leçon impassée.

35 139 Applications des nombres complexes à la géométrie.

Leçon impassée.

36 140 Systèmes d'équations linéaires. Systèmes échelonnés. Résolution. Exemples et applications.

1. Méthode de Cholevski [Si] fait
2. Equation de poisson bidimensionnelle [Dim] fait
3. Consistance et convergence des méthodes itératives pour la résolution des systèmes carrés [Si] fait

37 141 Utilisation des groupes en géométrie.

Leçon impassée.

38 144 Problèmes d'angles et de distances en dimension 2 ou 3.

Leçon impassée.

39 145 Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.

1. Nombre de Catalan [FGN1] fait
2. Spencer brouwer etc[PFTB] fait
3. Isométries du cube et coloration fait

40 146 Résultant de deux polynômes, applications à l'intersection de courbes ou de surfaces algébriques.

Leçon impassée.

41 148 Formes quadratiques réelles. Exemples et applications.

1. Lemme de Morse[Rou] fait
2. Théorème d'inertie de Sylvester+ classification des formes quadratiques[Gol][Le] fait
3. Ellipsoïde de John[FGN3] fait

42 149 Groupes finis de petit cardinal.

1. Groupe d'ordre 30 [NA] fait
2. Tout groupe simple d'ordre 60 est isomorphe à A_5 [NA] fait
3. Botanique du groupe A_4 [Or] fait

References

- [La] Lang
- [Cho] Choquet
- [Pe] Perrin
- [Co] Combes
- [Qu] Quéré
- [Le] Lelong-Ferrand Arnaudiès Algèbre
- [Le2] Lelong-Ferrand Arnaudiès Analyse
- [Go1] Gourdon algèbre
- [Go2] Gourdon analyse
- [NA] Référence à trouver ou alors dans ma tête.
- [FGN2] FGN algèbre 2
- [FGN1] FGN algèbre 1
- [FGN3] FGN algèbre 3
- [Be] Objectif agrégation
- [Mn] Mnémé-Testard
- [Zu] Zuily-Queffelec
- [Cor] Coron
- [Bre] Brezis
- [Rou] Rouviere
- [PFTB] Raisonnements divins
- [Che] Chevallard séries
- [Sch] Schwartz
- [Ru] Rudin
- [Or] Ortiz
- [Se] Serre
- [Si] Sibony
- [Dim] Di Menza
- [1] MalMalliavin intégration proba théorie de fourier et spectrale