

Comportement asymptotique des suites

Pierre Lissy

June 8, 2010

Gourdon, fgn 1 pas mals. Regarder bouquins d'analyse numérique.

1 Comportement asymptotique

1.1 Relations de comparaisons

o et O équivalent, sommation du o et O , multiplicativité mais non additivité de l'équivalent. Donner quelques exemples simples et contre-exemples (HAUCHECORNE?)

1.2 Somamtion des relations de comparaisons et premières applications

Notamment les séries de Riemann.

1.3 Limites supérieures ou inférieures, valeurs d'adhérence

Reliées au comportement asymptotique. Utile pour la convergence des séries par le théorème sur les suites bornées. Exemple: rayon spectral, exo2.12,2.13. Théorème sur les séries semi-convergentes: on peut converger vers n'importe quoi en permutant les termes (ensemble des valeurs d'édhérence vaut $\bar{R}$.) Conenxité des valeurs d'adhérence d'une suite dont le terme général tend vers 0. Convergence d'un système dynamique discret défini sur $[0, 1]$.

1.4 Application à létude des systèmes dynamiques discrets

Ils peuvent avoir des comportements asymptotiques très différents selo nles paramètres et l'initialisation. Les deux exemples du FGN. Théorie du Chaos: théorème de Sarkovski du FGN (c'est asymptotiquement le bordel si on part des points périodiques!)

2 Developpements asymptotiques de suites ou de séries

2.1 Echelles de comparaisons

Un peu de théorie.

2.2 Théorème de Cesaro

L'énoncer et notamment expliquer en quoi il est utile pour les problèmes d'équivalents.

Exemple 1. *exos suivants du FGN: 2.26,2.27 3.15. 3.14*

2.3 technique de la réinjectionbn d'équivalent

Traiter deux exemples cf fgn Gourdon page 200 . 2.47 du FGN.

2.4 Developpements asymptotiques de séries

Faire le truc du Dieudonné. En déduire l'étude de la série harmonique. Voir qqes exemples du Gourdon ou fgn. Relation avec l'intégrale (cf exemple caca FGN + critère ZQ moche?) 3.21

2.5 Utilisation de la dualité suites-séries

Enoncer le théorème du FGN page 99 pour l'étude assez générale d'une suite. Permet de traiter directement:

1. Le sinus itéré.
2. le $\log(\cdot+1)$ itéré
- 3.

Voir aussi le gourdon pour qqch de semblable.

2.6 Autres exemples

Ou on doit tout faire à la main. exo 2.29 fgn, 2.31 Avec Abel: 3.35 suitz implicite 2.46!!

3 Rapidité de convergence et accélération de convergence

3.1 les 3 types de convergence

Définition 1. On considère une suite u_n qui converge vers un certain l et on s'intéresse au rapport $|u_{n+1} - l|/|u_n - l|$. Selon que la limite sup de ce bordel tend vers 1, k compris entre 0 et 1 on parle de convergence lente, géométrique ou rapide. On va chercher à accélérer les convergences lentes et géométriques mais évidemment la convergence rapide à priori spa la peine.

C'est lié aux échelles de comparaison: beaucoup de cv lentes car échelle de comparaison à croissance lente ce qui pose pb. Donner un exemple de convergence des trois types. Convergence lente: $1/n$ converge lentement vers 0. Convergence rapide: suite babylonienne 2.43 du FGN. p

3.2 Aitken

3.3 Richardson

3.4 Steffensen

4 Applications

4.1 Richardson appliqué aux trapezes: romberg

4.2 Une méthode à convergence rapide naturellement: Newton

4.3 Vitesse de CV et éqas diff

4.4

Faire le lien entre la vitesse de convergence des séries de Fourier et les régularités de la fonction. Les théorèmes taubériens (conditions en $o()$ ou $O()$ sur les coeff donnent des renseignements sur certaines convergences)

References

[1]