Consignes pour l'examen

1 démonstrations à savoir pour l'examen

1.1 EDO

- Etude précise de la méthode d'Euler explicite.
- Démontrer qu'un schéma est consistant si $\Phi(t,x,0) = f(t,x)$ pour tout $(t,x) \in [0,T] \times \Omega$ (seulement le sens fait en cours).

1.2 EDP paraboliques

- Consistance, ordre, stabilité de la méthode des différences finies explicite.

ATTENTION: Crank-Nicolson est enlevé.

1.3 EDP hyperboliques

- Consistance, ordre, stabilité de la méthode des différences finies décentrée à gauche (Rappel: instable si $a < 0$, stable sous une condition CFL si $a > 0$).
- Consistance, ordre, stabilité de la méthode de Lax-Friedrichs sous la condition $h = Ck$ avec C constante.

1.4 EDS

- Consistance forte des schémas d'Euler-Maruyama et Milstein.

2 Les schémas à connaître

Il faut connaître aussi l'ordre de ces schémas et les éventuelles conditions de type CFL.

2.1 EDO

- Euler explicite $y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n)$.
- Euler implicite $y_{n+1} = y_n + hf(t_{n+1}, y_{n+1})$.
- Point milieu $y_{n+1} = y_n + hf(t_n + h/2, y_n + h/2 f(t_n, y_n))$.

2.2 EDP paraboliques

- Différences finies explicites: $\dfrac{y_j^{n+1} - y_j^n}{h} - \dfrac{y_{j+1}^n - 2y_j^n + y_{j-1}^n}{k^2} = 0.$
- Cranck-Nicolson $\dfrac{y_j^{n+1} - y_j^n}{h} - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{y_{j+1}^n - 2y_j^n + y_{j-1}^n}{k^2} + \dfrac{y_{j+1}^{n+1} - 2y_j^{n+1} + y_{j-1}^{n+1}}{k^2}\right) = 0.$

2.3 EDP hyperboliques

- Schéma aux différences finies décentré à gauche

  $$\frac{y_j^{n+1}-y_j^n}{h}+a\frac{y_j^n-y_{j-1}^n}{k}=0.$$

- Schéma de Lax-Friedrichs $\dfrac{y_j^{n+1}-\frac{y_{j+1}^n+y_{j-1}^n}{2}}{h}+a\dfrac{y_{j+1}^n-y_{j-1}^n}{2k}=0.$

2.4 EDS

- Euler-Maruyama: $y_{n+1}=y_n+hf(t_n,y_n)+g(t_n,y_n)\Delta B_n$.
- Milstein: $y_{n+1}=y_n+hf(t_n,y_n)+g(t_n,y_n)\Delta B_n+\dfrac{1}{2}g(t_n,y_n)\partial_x g(t_n,y_n)((\Delta B_n)^2-h)$.