

Consignes pour l'examen

1 Démonstrations à savoir pour l'examen

1.1 EDO

- Etude précise de la méthode d'Euler explicite telle que faite en cours.
- Démontrer qu'un schéma RK est d'ordre 2 si et seulement si $\sum_{j=1}^s b_j = 1$ et $\sum_{j=1}^s b_j c_j = 1/2$.

1.2 EDP paraboliques

- Consistance, ordre, stabilité de la méthode des différences finies explicite.
- Consistance, ordre, stabilité de la méthode de Crank-Nicolson.

1.3 EDP hyperboliques

- Consistance, ordre, stabilité de la méthode des différences finies décentrée à gauche.
- Consistance, ordre, stabilité de la méthode de Lax-Friedrichs sous la condition $h = Ck$ avec C constante.

1.4 EDS

- Consistance forte des schémas d'Euler-Maruyama et Milstein.
- Consistance faible des schémas d'Euler-Maruyama et Milstein.

2 Les schémas à connaître

Il faut connaître aussi l'ordre de ces schémas et les éventuelles conditions de type CFL.

2.1 EDO

- Euler explicite $y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n)$.
- Euler implicite $y_{n+1} = y_n + hf(t_{n+1}, y_{n+1})$.
- Point milieu $y_{n+1} = y_n + hf(t_n + h/2, y_n + h/2f(t_n, y_n))$.
- Schéma de type RK (et toutes leurs propriétés).
- Schéma multi-pas (et toutes leurs propriétés).

2.2 EDP paraboliques

- Différences finies explicites: $\frac{y_j^{n+1} - y_j^n}{h} - \frac{y_{j+1}^n - 2y_j^n + y_{j-1}^n}{k^2} = 0$.
- Crank-Nicolson $\frac{y_j^{n+1} - y_j^n}{h} - \frac{1}{2} \left(\frac{y_{j+1}^n - 2y_j^n + y_{j-1}^n}{k^2} + \frac{y_{j+1}^{n+1} - 2y_j^{n+1} + y_{j-1}^{n+1}}{k^2} \right) = 0$.

2.3 EDP hyperboliques

- Schéma aux différences finies décentré à gauche

$$\frac{y_j^{n+1} - y_j^n}{h} + a \frac{y_j^n - y_{j-1}^n}{k} = 0.$$

- Schéma de Lax-Friedrichs $\frac{y_j^{n+1} - \frac{y_{j+1}^n + y_{j-1}^n}{2}}{h} + a \frac{y_{j+1}^n - y_{j-1}^n}{2k} = 0.$

2.4 EDS

- Euler-Maruyama: $y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n) + g(t_n, y_n)\Delta B_n.$
- Milstein: $y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n) + g(t_n, y_n)\Delta B_n + \frac{1}{2}g(t_n, y_n)\partial_x g(t_n, y_n)((\Delta B_n)^2 - h).$